



## Improved Hydrologic Model Calibration based on Coupled Monte Carlo and Bayesian Methods

A. Heidari<sup>1</sup>, B. Saghafian<sup>2</sup> and R. Maknoon<sup>3</sup>

### Abstract

In this paper, uncertainty of a rainfall – runoff (RR) model is analyzed based on combination of Monte Carlo (MC) procedure and Bayesian theory, which is known as GLUE framework. The rainfall–runoff transformation was performed by ModClark distributed – conceptual model. In this model, the basin's hydrograph is determined by the superposition of runoff generated by individual cells in a raster – based discretization. Application of MC in uncertainty analysis introduces convenient parameter variation range, which is not adjustable based on new data. In GLUE method, however, Bayesian theory is applied to update prediction limits and distribution of parameter as new data becomes available. Goodness of fit criteria is selected such that higher discharges of hydrograph are given larger weights compared to other parts of the hydrograph. Uncertainty of RR model parameters was assessed in Gharasoo basin, a subbasin of the great Karkheh river basin. The results show that GLUE has a good performance in updating model parameters in comparison with MC method alone.

**Keywords:** Rainfall – Runoff Model, Monte Carlo Method, Bayesian Theory, Uncertainty

## تلفیق تئوری بیز با روش مونت کارلو جهت ارتقاء نتایج واسنجی مدل‌های هیدرولوژیکی

علی حیدری<sup>۱</sup>، بهرام تقفیان<sup>۲</sup> و رضا مکنون<sup>۳</sup>

### چکیده

در این مقاله عدم قطعیت پارامترهای یک مدل بارش – رواناب با استفاده از تلفیق روش مونت کارلو و تئوری بیز تحت عنوان GLUE<sup>۱</sup> مورد ارزیابی قرار می‌گیرد. برای شبیه‌سازی تبدیل بارش به رواناب از روش توزیعی – مفهومی مادکلارک استفاده گردید که در آن آبنمود رواناب حوزه از ترکیب رواناب سلول‌ها در یک شبکه مربعی بر مبنای روش زمان – مساحت شکل می‌گیرد. بکارگیری روش مونت کارلو برای تحلیل عدم قطعیت پارامترها، منجر به تعیین محدوده مناسب تغییرات پارامترها می‌گردد که این محدوده قابل اصلاح با اطلاعات جدید نیست. ولی در روش GLUE با تلفیق تئوری بیز، بهنگام سازی برای اصلاح عدم قطعیت پارامترها و همچنین محدوده پیش‌بینی‌ها و توزیع آنها با استفاده از اطلاعات جدید قابل انجام است. معیارهای نیکویی برازش برای تعیین عدم قطعیت پارامترها بنحوی انتخاب شد که وزن بیشتری به دبی‌های حداکثر در آبنمود نسبت به سایر بخش‌های آبنمود داده شود. در این مقاله شبیه سازی بارش – رواناب به همراه تحلیل عدم قطعیت پارامترها در حوزه قره سو واقع در حوزه کرخه مورد آزمون قرار گرفت. نتایج حاکی از برتری روش GLUE در تعیین محدوده بهینه پارامترهای مدل بارش – رواناب نسبت به روش مونت کارلو بود.

**کلمات کلیدی:** مدل بارش – رواناب، روش مونت کارلو، تئوری بیز، عدم قطعیت

1- Ph.D. in Civil Engineering, Water and Power Resources Development Cooperation of Iran  
2-Associate Professor of Soil Conservation and Watershed Management Research Institute  
3-Assistant Professor, School of Civil and Environmental Engineering Amirkabir University of Technology

۱-دکتری عمران، شرکت توسعه منابع آب و نیروی ایران  
۲- دانشیار پژوهشکده حفاظت خاک و آبخیزداری  
۳- استادیار دانشکده مهندسی عمران و محیط زیست دانشگاه امیرکبیر

فوق توسط Freer, Beven (1996) و Beven, Freer (2001) در مدل شبیه سازی رواناب روزانه<sup>۲</sup> مورد آزمون قرار گرفت و نتایج رضایت بخشی از آن حاصل شد. لیکن در زمینه مدل‌های تک‌واقعه‌ای بارش - رواناب منابع چندانی به چشم نمی‌خورد.

روش MC برای بررسی عدم قطعیت مدل بارش - رواناب توسط حیدری و همکاران (۱۳۸۳) بکار رفت که در آن عدم قطعیت پارامترهای مدل بارش - رواناب کمی گردید. در این مقاله بررسی عدم قطعیت پارامترهای حوزه آبریز قره سو جهت شبیه سازی سیلاب انجام گردید که در آن مدل توزیعی - مفهومی مادکلارک برای شبیه سازی بارش - رواناب حوزه و روش MC به تنهایی برای کمی کردن عدم قطعیت پارامترها بکار رفت.

Yapo, et al. (1998) روش دیگری برای تعریف سری پارامترهای بهینه ارائه کردند که در آن به جای روش MC از روش بهینه‌سازی SCE<sup>۳</sup> استفاده شده است. در روش‌های پیشنهادی آنها، N نقطه شروع تصادفی در فضای پارامترها انتخاب می‌شود و سپس روش جستجو برای اصلاح مقادیر پارامترها و پیدا کردن N سری بهینه بکار می‌رود. در این آزمون، مدل بارش - رواناب SAC-SMA<sup>۴</sup> برای حوزه رودخانه لیف (Leaf) در حوزه می‌سی‌سی‌پی بکار رفت. در رابطه با کاهش تعداد سری پارامترهای مدل‌های بارش - رواناب در فضای پارامتری و کاهش زمان اجرای مدل، تحقیقات متعددی انجام شده است. از جمله Kuczera, Parent (1998); Campbell et al., (1999); Bates (2001) روش Metropolis - Hastings - در آن نمونه‌برداری تصادفی براساس توزیع احتمالاتی واقعی پارامترها تعیین می‌گردد. در این روش، تئوری زنجیره‌ای مارکو به همراه MC برای انتخاب پارامترها بکار می‌رود.

در مقاله حاضر، روش GLUE برای شبیه‌سازی سیل به صورت تک واقعه بکار می‌رود و نتایج آن با روش MC مقایسه می‌گردد. ابتدا روش‌های مربوط به عدم قطعیت در رابطه با شبیه‌سازی هیدروگراف سیل مرور و مقایسه می‌گردد. سپس تلفیق تئوری بیز و روش MC جهت کاهش محدوده پیش‌بینی‌ها براساس سیلاب جدید مورد ارزیابی قرار می‌گیرد. در واقع روش MC با توجه به امکان به روز کردن آن با اطلاعات جدید بر اساس تئوری بیز ارتقا می‌یابد و نتایج با نتایج تحقیق قبلی مقایسه می‌شود. نحوه شبیه‌سازی توزیعی بارش - رواناب و نتایج واسنجی حاصل از روش MC در سیلاب‌های مختلف و همچنین حساسیت تشابهات در نتایج واسنجی در تحقیق قبلی ارائه گردید که از ارائه آنها در این مقاله خودداری می‌گردد.

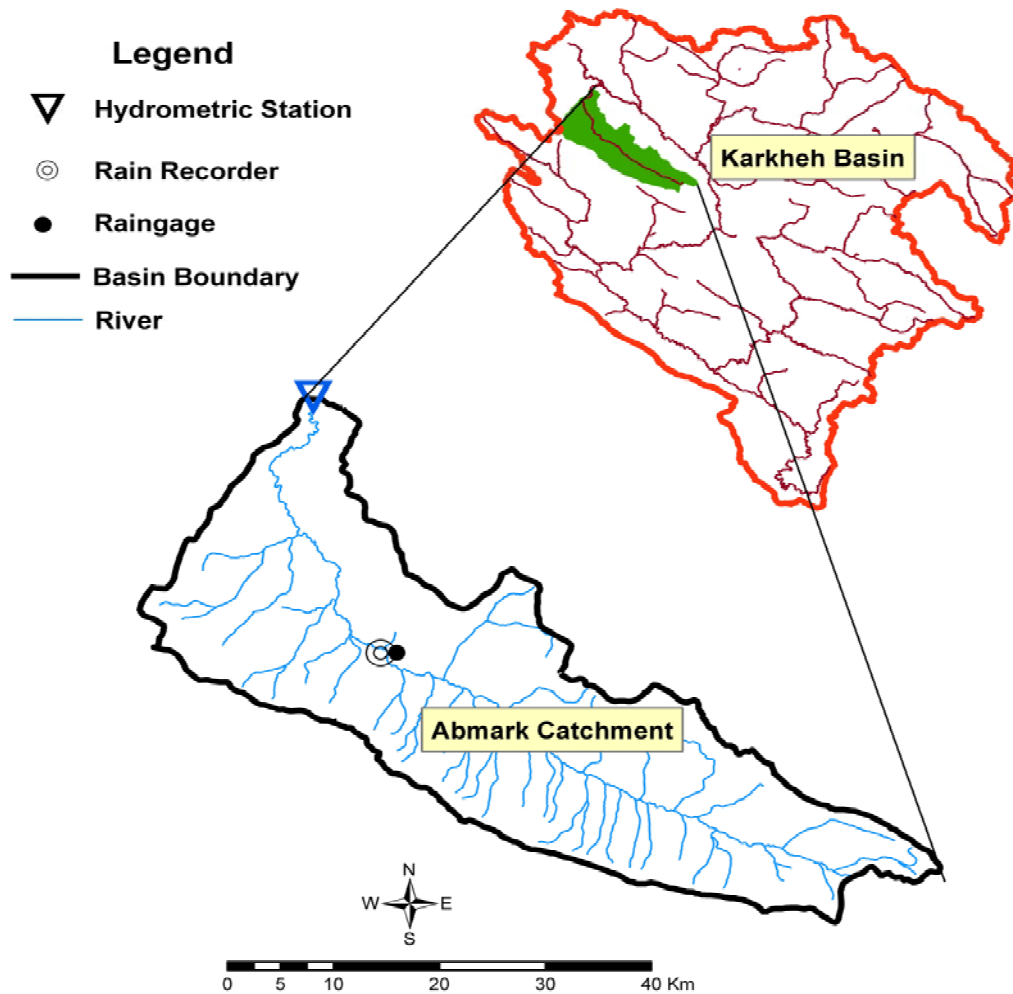
تحلیل عدم قطعیت امروزه بخش‌های مختلف مهندسی هیدرولوژی را دربرگرفته است. از جمله می‌توان به زمینه‌های مدل‌های هیدرولیکی، مدل‌های انتقال رسوب، مدل‌های هواشناسی و به ویژه مدل‌های بارش - رواناب در فاز شبیه‌سازی اشاره نمود (Feyen et al. 2001; Franks, Beven, 1997; Georgakakos, Bras 1982; Georgakakos, 1986; Hankin et al., 2001). در این رابطه، عمده روش‌های بررسی عدم قطعیت در مدل‌های بارش - رواناب بر پایه شبیه‌سازی مونت کارلو (MC) استوار بوده است (حیدری و همکاران، ۱۳۸۳). روش‌های پیشرفته‌تر بررسی عدم قطعیت پارامترهای این مدل‌ها بر مبنای بهنگام سازی و اصلاح نتایج با استفاده از داده‌های جدید استوارند. در کلیه روش‌های بررسی عدم قطعیت فرض بر عدم وجود سری پارامترهای بهینه منحصر به فرد برای یک مدل بارش - رواناب است. بنابراین با قبول وجود سری بی‌شمار پارامترهای بهینه، تنها راه رسیدن به جواب منطقی رتبه‌بندی سری پارامترها بر اساس نحوه انطباق رواناب محاسبه‌ای و مشاهده‌ای است که در این صورت می‌توان محدوده تغییرات هر پارامتر را به همراه توزیع پارامترها در آن محدوده مشخص نمود. با اعمال محدوده‌ای برای پارامترهای مدل، محدوده‌ای برای نتایج یا به عبارت دیگر پیش‌بینی‌های مدل حاصل می‌گردد که با بکارگیری روش تلفیقی تئوری بیز و شبیه‌سازی مونت کارلو می‌توان بر اساس سیلاب جدید محدوده پیش‌بینی‌ها را در راستای مقادیر واقعی کاهش داد.

باید خاطر نشان کرد که مدل‌های بارش - رواناب براساس داده‌های مشاهده‌ای تاریخی کالیبره می‌شوند که این داده‌ها همواره در حال افزایش هستند. بنابراین با افزایش داده‌های جدید ثبت شده، واسنجی مجدد مدل اجتناب ناپذیر می‌گردد. استفاده از داده‌های ثبت شده جدید، می‌تواند دقت پیش‌بینی مدل شبیه‌سازی را به صورت چشم‌گیری افزایش دهد. مدل در واسنجی آنمودهای ثبت شده می‌تواند برای محدوده وسیعی از پارامترها معتبر باشد در حالی که با ثبت سیلاب‌های جدید این محدوده ممکن است اصلاح یا باریکتر گردد. بنابراین داده‌های اضافی کمک خواهند نمود تا عدم قطعیت پارامترها با تعریف توابع هدف مناسب کاهش یابد. در حالت کلی به علت وجود عدم قطعیت در پارامترها، نتایج مدل باید بیانگر محدوده یا توزیع احتمالاتی پیش‌بینی‌ها باشد. در رابطه با محدود کردن عدم قطعیت پارامترها با استفاده از داده‌های ثبت شده جدید، روش GLUE توسط Beven, Binley (1992) معرفی شده است. اساس کار این روش، شبیه سازی MC در تلفیق با تئوری بیز است که تحت عنوان (Generalized Sensitivity Analysis) GSA نیز توسط Hornberger, Spear (1981) معرفی گردیده است. روش

## ۲- ویژگی‌های منطقه مطالعاتی و مدل شبیه‌سازی بارش - رواناب

روش تبدیل بارش - رواناب، روش اصلاح شده کلارک تحت عنوان مادکلارک (Kull, Feldman, 1998; Peters, Easton, 1996) است که در آن محدوده حوزه توسط یک شبکه سلولی (مربعی) به تعداد واحد کوچک تقسیم می‌گردد. در تحقیق حاضر از مدل بارش - رواناب بر مبنای روش مادکلارک و مجهز به شبیه‌سازی توام بارش و ذوب برف استفاده گردید که توسط حیدری و همکاران (۱۳۸۳) توسعه یافته است. در این مدل، کلیه فرآیندهای مربوط به محاسبه میانگین مکانی بارش، ذوب برف، نفوذ و رواناب به ازای هر سلول محاسبه می‌گردد. همچنین محاسبه عمق رواناب سطحی به روش نفوذ نمایی و SCS صورت می‌گیرد. در روش نفوذ نمایی چهار پارامتر برای شبیه‌سازی نفوذ باران و دو پارامتر برای نفوذ ذوب برف استفاده می‌شود.

منطقه مطالعاتی این تحقیق، حوزه قره سو یکی از حوزه‌های درجه دو حوزه بزرگ رودخانه کرخه است که موقعیت آن در شکل (۱) نشان داده شده است. مساحت حوزه تا ایستگاه هیدرومتری قره باغستان ۵۵۰۰ کیلو متر مربع است که معادل ۱۳٪ حوزه کرخه تا محل سد کرخه را می‌پوشاند. حداقل و حداکثر ارتفاع حوزه به ترتیب برابر ۱۱۸۰ و ۲۷۰۰ متر از سطح دریا است که از نظر رده بندی جزو حوزه‌های کوهستانی برف گیر قرار می‌گیرد. عمده سیلاب‌های بوقوع پیوسته در این حوزه متأثر از بارش و ذوب برف است که این موضوع شبیه‌سازی توام بارش و ذوب برف را در مدل بارش - رواناب حوزه اجتناب ناپذیر می‌سازد. سیلاب‌های بوقوع پیوسته در این حوزه پس از ترکیب با سیلاب‌های شاخه گاماسیاب، سیلابدشت رودخانه سیمره را غرقاب کرده و خساراتی به بار می‌آورند.



شکل ۱- موقعیت حوزه قره سو در حوزه آبریز کرخه

بدین ترتیب که در هر گام زمانی چنانچه ذوب برف وجود داشته باشد علاوه بر چهار پارامتر اصلی نفوذ، دو پارامتر دیگر نیز تعیین می‌گردد. با توجه به اینکه اجرای روش MC با مقادیر متفاوت پارامترهای نفوذ برای هر سلول نیازمند تعیین محدوده تغییرات پارامترهای شش گانه نفوذ برای هر سلول است لذا جهت ساده سازی، پارامترهای نفوذ در سطح حوزه یکسان در نظر گرفته شد ولی نحوه ترکیب رواناب سطحی حاصل از مربعات براساس روش مادکلارک به صورت توزیعی تعیین گردید. در این مدل با استفاده از فاصله هر سلول نسبت به خروجی حوزه در جهت جریان، آبنمودهای هر سلول در خروجی حوزه محاسبه می‌گردد و پس از ترکیب آبنمودهای سلول‌ها، روندیابی مخزن خطی برای تعیین اثر ذخیره‌ای حوزه روی آبنمود سیل بکار گرفته می‌شود.

در این مقاله جهت ارزیابی روش تلفیقی مونت کارلو و تئوری بیز، سیلاب مورخ ۲۲ آذر ۵۷ به عنوان نمونه مورد استفاده قرار می‌گیرد. واسنجی سیلاب‌های مختلف بر اساس روش MC و حساسیت نتایج به تابع تشابه توسط حیدری و همکاران (۱۳۸۳) ارائه گردیده است که نتایج آن در این تحقیق مورد استفاده قرار می‌گیرد.

### ۳- معرفی روش GLUE

در روش‌های مبتنی بر MC، به هر سری پارامترهای تولیدی از توزیع یکنواخت، یک مدل اطلاق می‌شود. به عبارتی ترکیب هر سری پارامترها با یک مدل شبیه‌سازی خود یک مدل خوانده می‌شود و آبنمود مشخصی از آن حاصل می‌گردد. مشابه روش MC، در روش GLUE نیز فرض بر این است که تنها یک سری پارامترهای بهینه منحصر به فرد برای شبیه‌سازی بارش - رواناب موجود نمی‌باشد. بنابراین در صورتی که مدل (سری پارامترها) بهینه منحصر به فرد وجود نداشته باشد، امکان رده‌بندی مدل‌ها با در نظر گرفتن معیار تشابهات<sup>۵</sup> متعدد وجود خواهد داشت. در این رابطه تعدادی از مدل‌ها قطعاً رد خواهند شد که در روش GSA تحت عنوان مدل‌های مردود<sup>۶</sup> معرفی می‌شوند. چنانچه دوره زمانی واسنجی مدل تغییر یابد، رده بندی مدل‌ها نیز تغییر خواهد کرد و بهترین مدل در اولین دوره واسنجی برای دوره دوم لزوماً بهترین نخواهد بود. در روش GLUE مدل‌های باقیمانده براساس تشابهات محاسبه شده از دوره واسنجی وزن می‌گیرند و وزن‌های حاصل برای تعیین توزیع تجمعی پیش‌بینی‌های حاصل از سری پارامترها استفاده می‌شوند (Beven, 2000). در این حالت واژه تشابه، مفهوم وسیع‌تری نسبت به تابع تشابه کلاسیک آماری دارد.

روش GLUE در اولین گام نیاز به تعیین محدوده تغییرات هر پارامتر دارد که این محدوده می‌تواند بر اساس روش MC تعیین

گردد. در دومین گام، روشی برای نمونه برداری فضای پارامتری نیاز است که در اکثر موارد کاربردی این روش، از نمونه‌برداری یکنواخت تصادفی در محدوده مشخص پارامترها استفاده می‌شود. از آنجاکه توزیع احتمالاتی تشابهات توسط وزن‌های خاص هر مدل تعریف می‌گردد، لذا استفاده از نمونه‌برداری یکنواخت سبب می‌شود که کاربرد روش ساده‌تر گردد و امکان بهنگام سازی تشابهات وجود داشته باشد. در سومین گام، نیاز به تعریف تفصیلی از معیار تشابه و آستانه قبول یا رد مدل خواهد بود. در این رابطه انتخاب تابع هدف حائز اهمیت است بنحوی که می‌توان بیش از یک تابع هدف حاصل از داده‌های مختلف مورد استفاده قرار داد. در این صورت تعیین نحوه ترکیب این توابع ضروری خواهد بود.

محدوده‌های عدم قطعیت حاصل از شبیه‌سازی مدل‌های باقیمانده بستگی به معیار تشابه انتخابی و معیار رد مدل خواهد داشت. جهت اطمینان از وجود محدوده کافی برای عدم قطعیت‌ها برای پوشش دادن تمامی دبی‌های مشاهده‌ای (در دوره واسنجی) می‌توان مقادیر کمتری را برای معیار رد مدل انتخاب کرد. با انتخاب این معیار و رد مدل‌ها، وزن‌های تشابه مربوط به مدل‌های باقیمانده مجدداً مقادیردهی می‌شود تا مجموع آنها برابر یک گردد. سپس وزن‌های جدید به پیش‌بینی‌های مدل‌های متناظر در هر گام زمانی اختصاص می‌یابد تا توزیع تجمعی پیش‌بینی‌ها در آن گام زمانی شکل گیرد. بدین ترتیب به ازای هر پیش‌بینی انتخابی می‌توان عدم قطعیت مدل را محاسبه کرد.

از آنجا که پیش‌بینی‌های مدل در روش MC به صورت توزیع احتمالاتی بیان می‌گردد لذا می‌توان توزیع احتمالاتی را براساس دانش بیشتری از پدیده اصلاح نمود. تئوری بیز براساس اصلاح توزیع احتمالاتی اولیه بر اساس توزیع احتمالاتی مشروط داده‌ها استوار است. در رابطه با کاربرد تئوری بیز و تلفیق آن با MC باید اظهار داشت که این تئوری چهارچوب مناسبی را برای استفاده از معیارهای تشابه در هر دو حالت تشابهات ترکیبی حاصل از داده‌های مشاهده‌ای مختلف و تشابهات بهنگام شده حاصل از داده‌های مشاهداتی جدید فراهم می‌آورد. بهنگام سازی توزیع‌های احتمالاتی تشابهات براساس داده‌های جدید با استفاده از تئوری بیز بدین صورت انجام می‌شود که توزیع احتمالاتی پیشین<sup>۷</sup> پیش‌بینی‌ها با استفاده از معیار تشابه نسبت به مقادیر مشاهده‌ای تعیین می‌گردد و سپس توزیع احتمالاتی پسین<sup>۸</sup> حاصل از توزیع پیشین در پیش‌بینی مورد استفاده قرار می‌گیرد (Beven, 2001; Beven, Binley, 1992). این روش هم اکنون در انواع مختلف مدل‌سازی هیدرولوژیکی بخصوص در مدل‌های روزانه با معیارهای تشابه متفاوت کاربرد یافته است. همچنین توزیع پیشین پارامترها برای ایجاد سری پارامترهای

#### ۴- کاربرد روش GLUE در شبیه سازی سیل در حوزه

##### قره سو

در این تحقیق، محدوده تغییرات پارامترهای مدل بارش - رواناب با استفاده از روش MC از نتایج تحقیق قبلی مطابق جدول (۱) تعیین گردید (حیدری و همکاران، ۱۳۸۳). جهت حصول به نتایج مطلوب، آستانه معیار تشابه برای مدل‌های مردود در هر تکرار افزایش یافت تا محدوده نسبتاً باریکی برای پارامترها حاصل گردد. نمونه‌ای از نتایج روش MC به همراه محدوده تغییرات پارامترها در شکل (۲) نشان داده شده است. در این شکل بزرگترین و کوچکترین دبی در هر گام زمانی (حاصل از سری متناهی سری پارامترها) به ترتیب به عنوان پوش بالا و پایین تعیین شده است. پس از تعیین محدوده تغییرات، با استفاده از توزیع یکنواخت سری پارامترهای تصادفی تولید شد و مدل شبیه سازی بارش - رواناب با گام زمانی یک ساعته به ازای هر یک از آنها اجرا گردید و سپس تشابهات مربوطه بر اساس دبی شبیه سازی و مشاهده‌ای محاسبه شدند. برای تعیین توزیع پیشین سری پارامترها از توزیع یکنواخت استفاده گردید که با تقسیم توزیع هر سری پارامتر به مجموع توزیع سری پارامترها، مجموع توزیع سری پارامترها برابر یک گردید.

##### ۵- معیار شبیه‌نمایی

نتایج روش GLUE متاثر از نحوه انتخاب معیار تشابه است. در این رابطه معیارهای تشابه متعددی توسط محققین مورد استفاده قرار گرفته است. در مقاله حاضر مجموع مربع خطاها به عنوان معیار تشابه به صورت زیر تعیین شد.

$$L(\theta_i|Y) = \left(1 - \frac{\sigma_i^2}{\sigma_{obs}^2}\right)^N \quad (2)$$

تصادفی جهت استفاده در شبیه سازی MC بکار می‌رود. جهت تعیین محدوده پیش‌بینی براساس اطلاعات جدید، وزن هر مدل بر اساس توزیع پسین تشابهات حاصل می‌شود و مطابق آنچه در فوق ذکر شد توزیع تجمعی پیش‌بینی‌ها تعیین می‌گردد. بهنگام سازی شبیه‌نمایی با دسترسی به داده‌های بیشتر با بکارگیری تئوری بیز به شکل زیر انجام گرفت.

$$L(Y|\theta_i) = L(\theta_i|Y) \cdot L_0(\theta_i) / C \quad (1)$$

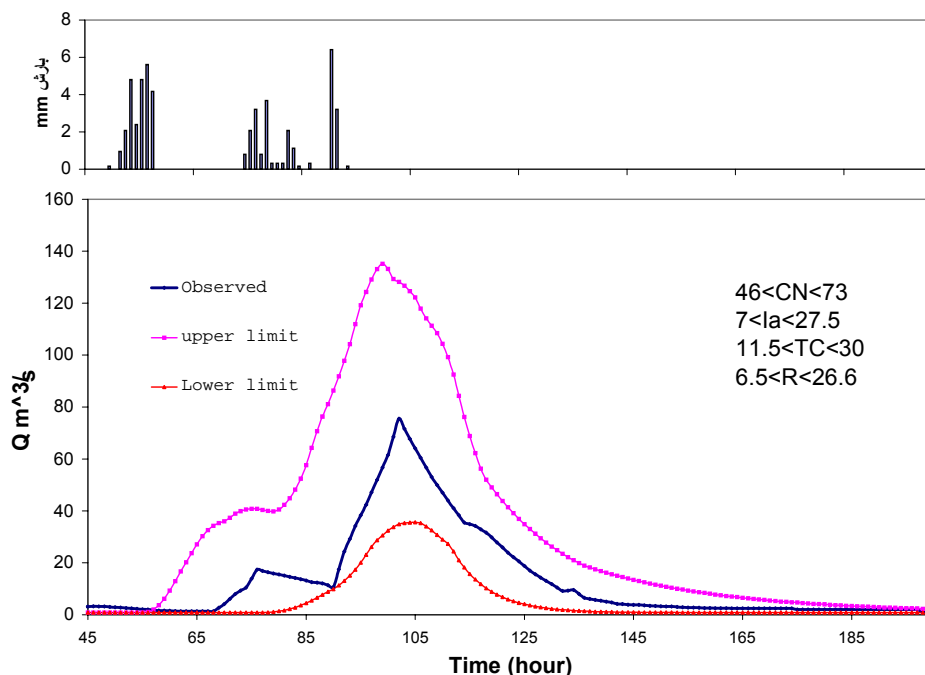
که در این رابطه:

$L_0(\theta_i)$ : تشابه پیشین سری پارامترهای  $\theta_i$ ،  $L(\theta_i|Y)$ : معیار تشابه حاصل از سری متغیرهای مشاهده‌ای  $Y$ ،  $L(Y|\theta_i)$ : تشابه پسین شبیه‌سازی  $Y$  با  $\theta_i$  معلوم و  $C$ : ضریب ثابت، بنحوی که مجموع  $L(Y|\theta_i)$  مساوی یک گردد.

در این روش توزیع پیشین تشابهات برای هر مدل یکسان می‌باشد و برای مدل‌های رد شده معیار تشابه صفر است که این موضوع به معنی توزیع پسین یکنواخت نمی‌باشد. روند کار بدین شکل است که در هر دوره شبیه‌سازی، توزیع پسین به عنوان توزیع پیشین دوره بعد بکار می‌رود. در حقیقت چنانچه مشاهداتی از دوره بعد موجود باشد مقادیر تشابه حاصله به همراه رابطه بیز برای بهنگام سازی توزیع پسین تشابهات مورد استفاده قرار می‌گیرد.

جدول ۱- محدوده پارامترهای مدل بارش - رواناب به روش Modclark

فرآیند	روش	پارامتر	حداقل	حداکثر
تبدیل بارش - رواناب	ModClark	زمان تمرکز $T_C$ (ساعت)	۱۰	۴۰
		ضریب ذخیره $R$ (ساعت)	۵	۴۰
نفوذ	SCS	نفوذ اولیه $I_a$ (mm)	۵	۴۰
		شماره منحنی CN	۴۰	۸۰
	نمایی	باران STRKR	۳	۱۰
		باران RTIOL	۱,۷	۲,۲
		باران DLTKR	۸	۲۵
		باران ERAIN	۰,۳	۰,۷
		ذوب برف STRKS	۰,۵	۵
		ذوب برف RTIOK	۰,۵	۵



شکل ۲- آبنمودهای پوش حاصل از روش MC در مدل ModClark در سیلاب مورخ ۲۲ آذر ۵۷

در رابطه (۲) وزن یکسانی به دبی‌های آبنمود سیل برای تعیین معیار تشابه داده شد. در حالی که در شبیه‌سازی سیل، دبی اوج آبنمود اهمیت بیشتری نسبت به سایر بخش‌های آبنمود دارد. بنابراین در این تحقیق نسبت وزنی برای دبی‌های آبنمود محاسبه شد تا به نحوی سهم خطاهای مربوط به دبی اوج آبنمود در معیار تشابه بیشتر شود. نسبت وزنی برای افزایش اهمیت دبی‌های بالاتر با استفاده از آبنمود مشاهده‌ای یکساعته برای هر سیل از رابطه زیر محاسبه شد.

$$w_t = (O_t + \bar{O}) / (2\bar{O}) \quad (3)$$

که در این رابطه :

$w_t$ : وزن مربوط به دبی آبنمود در زمان  $t$

$O_t$ : دبی مشاهده‌ای در زمان  $t$

$\bar{O}$ : متوسط دبی آبنمود مشاهده‌ای

واریانس خطاها بر اساس نسبت وزنی حاصله برای دبی‌های آبنمود محاسبه‌ای به صورت زیر تعیین گردید.

$$\bar{x} = \frac{\sum_{t=1}^n w_t x_t}{\sum_{t=1}^n w_t} \quad (4)$$

که در این رابطه:

$L(\theta_i | Y)$ : شبیه‌نمایی  $i$  امین مدل مشروط بر مشاهدات  $Y$

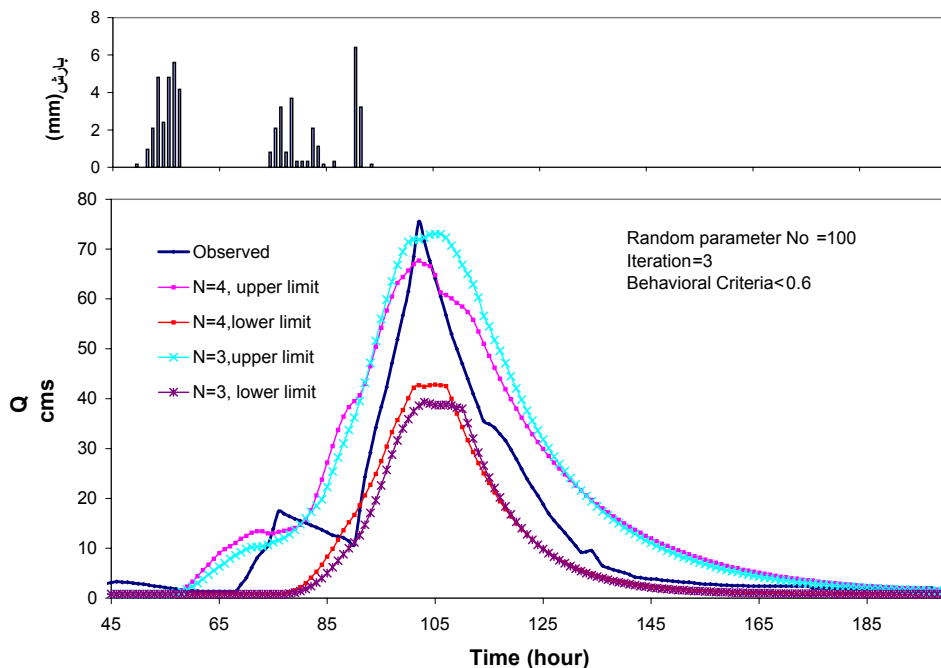
$\sigma_i^2$ : واریانس خطاهای ناشی از  $i$  امین مدل

$\sigma_{obs}^2$ : واریانس مشاهده‌ای حاصل از آبنمود مشاهده‌ای و

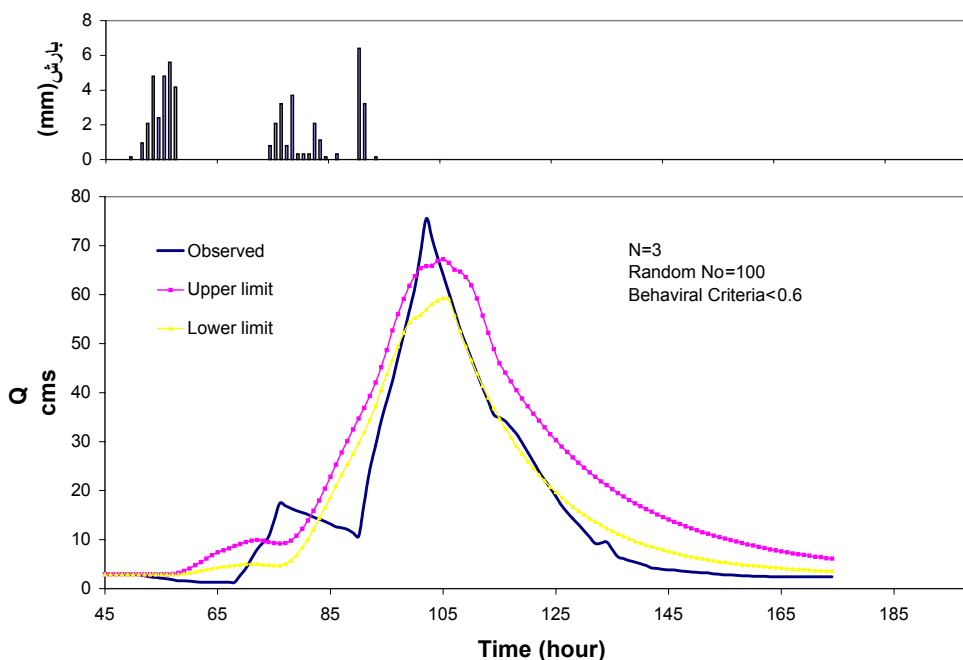
$N$ : پارامتر رابطه می باشد.

با فرض  $N=1$  این معادله تبدیل به معیار کارایی Nash Sutcliffe خواهد شد. مقادیر بزرگتر  $N$  سبب افزایش وزن مدل‌های با مقدار شبیه‌نمایی بالاتر و کاهش وزن مدل‌های با شبیه‌نمایی کمتر می‌شود و شبیه‌سازی را بهتر می‌کند.

در تحقیقات انجام شده توسط Freer, Beven (1996) و Beven (2001) تعریف محدوده بزرگتر برای پارامترهای مدل همراه با مقادیر بالای  $N$ ، تاثیر ناچیزی بر محدوده عدم قطعیت‌ها داشته است. با تعریف مقادیر بالاتر برای  $N$ ، محدوده عدم قطعیت پیش‌بینی‌ها باریکتر می‌شود. این امر سبب می‌شود که اکثر دبی‌های مشاهده‌ای خارج از محدوده اطمینان ۹۰٪ برای پیش‌بینی‌ها قرار گیرند. نمونه‌ای از نتایج حوزه قره سو به ازای مقادیر مختلف  $N$  و معیار تشابه ۰/۶ برای رد مدل در شکل (۳) ارائه شده است. همان طور که در این شکل مشخص است افزایش  $N$  سبب باریکتر شدن محدوده پیش‌بینی‌ها و متناظراً محدوده پارامترها می‌گردد.



شکل ۳- محدوده پیش بینی‌های سیلاب ۲۲ آذر ۵۷ به ازای  $N=4$  و  $N=3$



شکل ۴- محدوده پیش بینی‌های سیلاب مورخ ۱۸ آذر ۵۷ با اعمال اثر وزنی برای دبی اوج آبنمود

$\sigma_i^2$ : واریانس خطاهای متاثر از وزن در کل آبنمود در مدل  $i$  ام با استفاده از روابط (۲) و (۵) معیار تشابه متاثر از وزن دبی اوج محاسبه گردید و با تعیین آستانه مشخص برای رد مدل، مدل‌های مورد قبول و متعاقباً محدوده پیش‌بینی‌ها (آبنمود پوش) حاصل شد. نمونه ای از آبنمودهای پوش در شکل (۴) ارائه شده است.

$$\sigma_i^2 = \frac{\sum_{t=1}^n w_t (x_t - \bar{x})^2}{n-1} \quad (5)$$

که در این روابط:

$w_t$ : وزن دبی آبنمود در زمان  $t$

$x_t$ : خطای دبی محاسبه‌ای و مشاهده‌ای آبنمود سیل در زمان  $t$

$n$ : تعداد گام‌های زمانی محاسبات

$\bar{x}$ : متوسط وزنی خطاها در کل آبنمود

پارامترهای مدل بارش - رواناب نسبت به تغییرات تشابه به ازای سه سیلاب مشاهده‌ای با گام زمانی یک ساعته تعیین شد که نتایج آن برای پارامتر CN (روش نفوذ SCS) در شکل (۵) نمایش داده شده است.

همان طور که در این شکل مشاهده می‌شود تغییرات CN در هر سیل اثر متفاوتی در روند تغییرات تابع تشابه می‌گذارد که این امر به معنی وجود عدم قطعیت در پارامترهای حوزه حاصل از سیلاب‌های مختلف است. علت عدم انطباق نقطه پهنه CN در سیلاب‌های مختلف به دلیل وجود بارش و ذوب برف در حوزه است که در روش نفوذ SCS امکان محاسبه نفوذ ذوب برف وجود ندارد. بنابراین برای شبیه سازی بارش - رواناب از روش نفوذ نمایی استفاده شده است که بارش و ذوب برف را در نظر می‌گیرد.

### ۶- توزیع شبیه‌نمایی‌ها و محدوده اطمینان‌ها

مرحله بعد شامل تعیین کمیت عددی معیار تشابه برای رد مدل می‌باشد که اغلب یک آستانه مشخص در معیار تشابه برای رد مدل در نظر گرفته می‌شود. در این تحقیق نیز یک آستانه مشخص که بسته به معیار تشابه انتخابی متفاوت بود، مد نظر قرار گرفت. پس از رد مدل‌های غیر قابل قبول، مقادیر تشابهات مجدداً مقاردهی گردیدند تا مجموع آنها برابر یک گردد. سپس تشابهات حاصله به عنوان وزن هر شبیه‌سازی در نظر گرفته شد و توزیع تجمعی پیش‌بینی بر اساس این وزن‌ها در هر گام زمانی تعیین گردید. توزیع احتمالاتی تشابهات یا به عبارت دیگر وزن‌های هر مدل با توجه به نتایج شبیه سازی حاصل از مدل ModClark تعیین شد که نمونه‌ای از آن برای دبی اوج سیلاب ۲۲ آذر ۵۷ با در نظر گرفتن وزن یکسان برای دبی‌های آبنمود در شکل (۶) ارائه شده است.

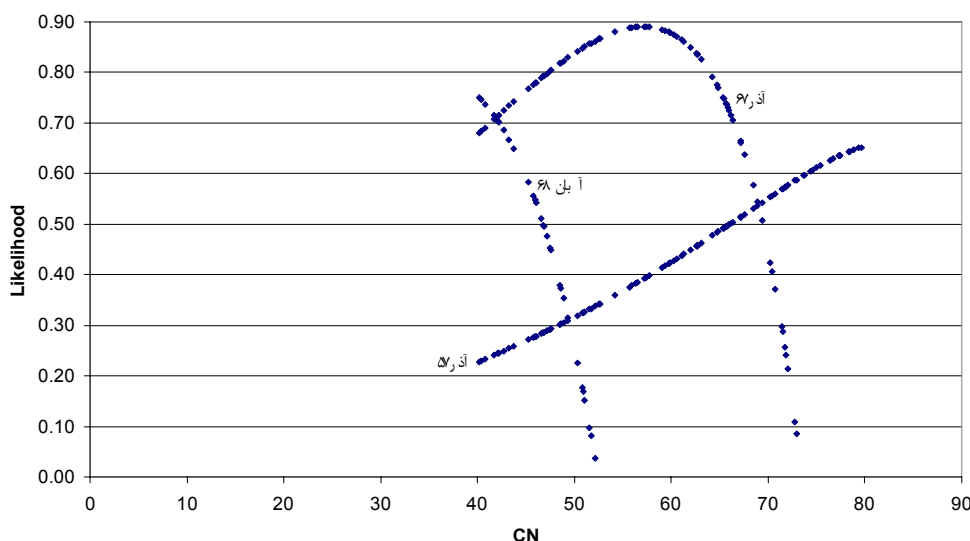
نتیجه اعمال اثر وزنی برای دبی اوج آبنمود از مقایسه اشکال (۳) و (۴) کاملاً آشکار می‌شود، چراکه با اعمال اثر وزنی دبی اوج در محاسبات، محدوده پیش‌بینی در بخش اوج آبنمود باریکتر شده و خطاهای آن را کاهش می‌دهد. در مواقعی که شبیه‌سازی حجم آبنمود سیل هدف باشد باید از توابع معیاری استفاده شود که از ایجاد خطای زیاد در حجم آبنمود جلوگیری گردد.

تابع تشابه دیگری به همراه نتایج آن برای مقادیر مختلف N به صورت زیر توسط Freer et al. (1996) استفاده شده است.

$$L(\theta_i|Y) = \exp(-N\sigma_i^2/\sigma_{obs}^2) \quad \sigma_i^2 \leq \sigma_{obs}^2 \quad (۶)$$

این رابطه در بکارگیری تئوری بیز جهت بهنگام سازی وزن‌های تشابه از اثر یکسانی برای واریانس خطاها در هر دوره آماری داده‌ها استفاده می‌کند. بدین معنی که اثر اصلاحی وزن‌های تشابه در دوره آماری اول مشابه دوره آماری آخر است. در حالی که در رابطه (۲) اثر اصلاحی واریانس خطاها با افزایش دوره آماری نسبت به دوره‌های آماری قبل بیشتر می‌گردد.

نکته مهم در روش GLUE این است که پارامترها هرگز مستقل از هم نمی‌باشند و معیار تشابه  $L(\theta_i | Y)$  برای i امین مدل به همراه سری کامل پارامترهای  $\theta_i$  مشروط به متغیر مشاهده‌ای Y در نظر گرفته می‌شوند. بدین ترتیب امکان ارزیابی حساسیت پارامترهای مستقل با در نظر داشتن توزیع تشابه مدل‌های قابل قبول و مردود، از طریق وزن‌های تشابه وجود دارد. این ارزیابی همچنین با توزیع حاشیه‌ای تشابه برای هر پارامتر با انتگرال‌گیری در طول فضای پارامتری امکان‌پذیر می‌باشد. در این تحقیق حساسیت هر یک از

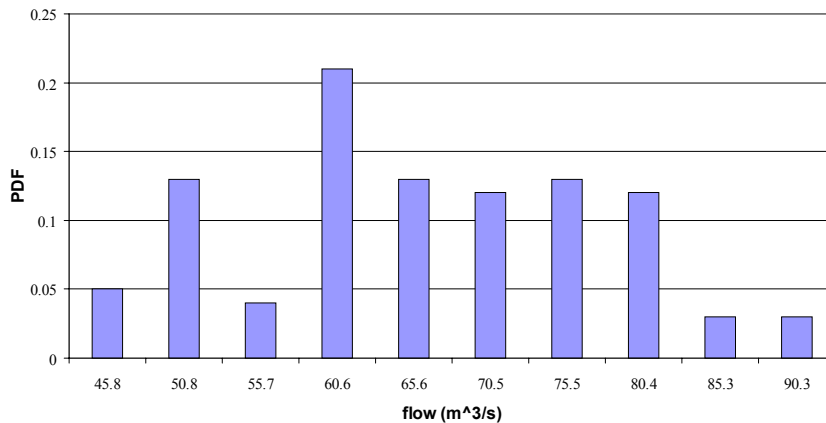


شکل ۵- حساسیت تشابه نسبت به پارامتر CN در سیلابهای مورخ آذر ۵۷، آذر ۶۷ و آبان ۶۸

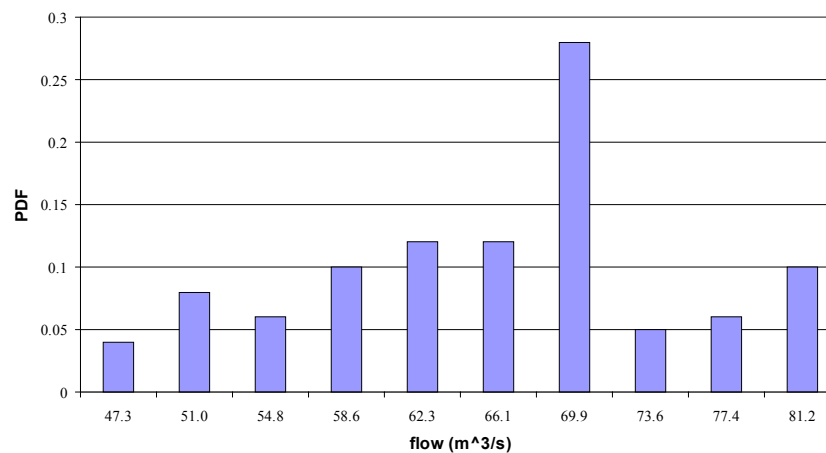


در این شکل محور افقی نمودار نمایانگر شاخص دسته‌بندی دبی می‌باشد. شکل (۷) توزیع احتمالاتی را با اعمال اثر وزنی برای دبی اوج آبنمود نشان می‌دهد. برای محاسبه این توزیع ابتدا توزیع احتمالاتی دبی در هر گام زمانی حاصل از شبیه‌سازی تعیین شد و سپس توزیع احتمالاتی مربوطه در تشابه متناظر ضرب گردید. با استفاده از تابع چگالی احتمالاتی حاصل

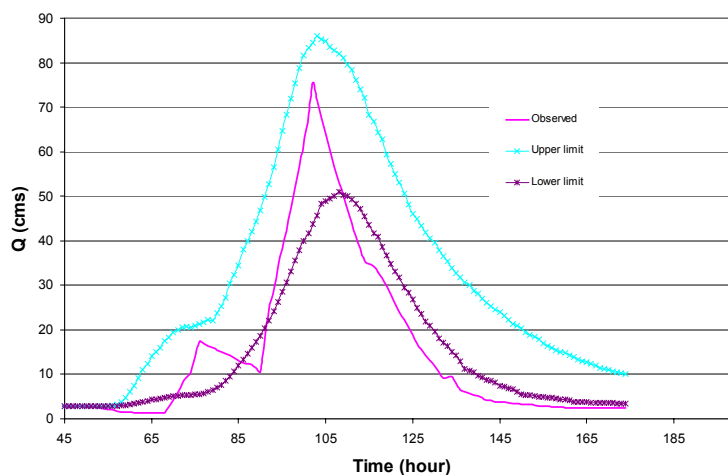
تجمعی (Cumulative Density Function CDF) محاسبه شد و از طریق آن محدوده ۹۰٪ اطمینان پیش‌بینی‌ها تعیین شدند. نمونه‌ای از محدوده اطمینان محاسبه شده برای حوزه قره سو با اعمال اثر وزنی دبی اوج در شکل (۸) ارائه شده است.



شکل ۶- تابع چگالی احتمالاتی دبی اوج سیلاب ۲۲ آذر ۵۷ با اثر یکسان برای دبی آبنمود (دبی مشاهده ای ۷۵/۵ cms)



شکل ۷- تابع چگالی احتمالاتی دبی اوج سیلاب ۲۲ آذر ۵۷ با اعمال اثر وزنی دبی اوج



شکل ۸- محدوده اطمینان ۹۰٪ سیلاب ۲۲ آذر ۵۷ بر اساس تشابهات پیشین و اعمال اثر وزنی دبی اوج

## ۷- بهنگام سازی بر اساس تئوری بیز

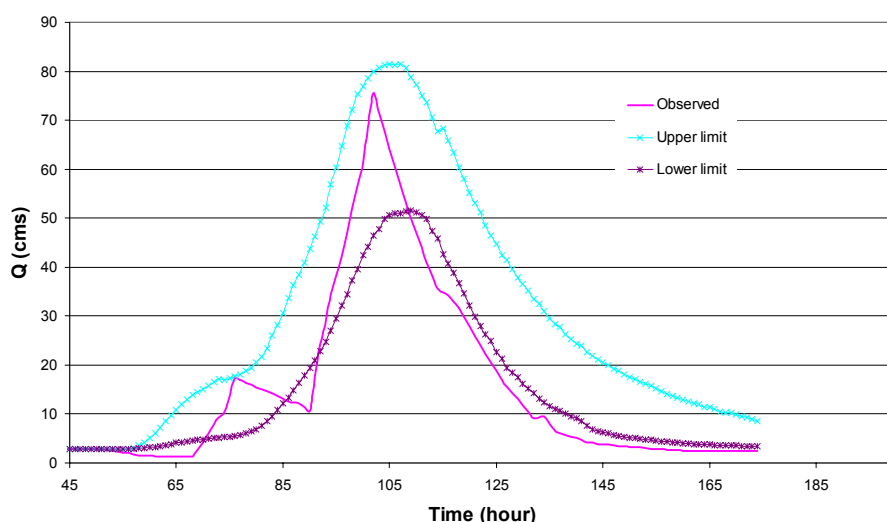
در روش GLUE با افزایش داده‌ها یا دسترسی به داده‌های جدید، بهنگام‌سازی وزن‌های تشابه ضرورت پیدا می‌کند. این کار با بکارگیری تئوری بیز قابل حصول می‌باشد که در آن توزیع پیشین وزن‌های تشابه توسط سری وزن‌های حاصل از شبیه‌سازی داده‌های جدید، اصلاح می‌شود و توزیع تشابه بهنگام شده یا پسین را شکل می‌دهد. از آنجاکه هر مدل دارای مقادیر خاص تشابه می‌باشد لذا اصلاح تشابه پیشین با بکارگیری رابطه بیز برای هر یک از مدل‌های مورد قبول به صورت مجزا صورت می‌گیرد. در این روش عمدتاً تمایل به کاهش تعداد مدل‌های قابل قبول وجود دارد. بدین معنی که با افزایش داده‌ها، ناحیه مورد قبول فضای پارامتری کاهش می‌یابد.

اختلاف مهم معیارهای تشابه روابط (۲) و (۶) نیز در بکارگیری تئوری بیز آشکار می‌شود. با بکار بردن رابطه (۲) پس از چند بهنگام‌سازی، واریانس خطاهای مربوط به سیلاب‌های اول وزن کمتری در محاسبه تشابه پسین می‌گیرند. بنابراین در حوزه‌هایی که به علت تغییر کاربری اراضی و اقلیم در طول سالیان متمادی، روند بروز سیل دستخوش تغییرات شود، استفاده از رابطه (۲) می‌تواند جهت اصلاح پارامترهای حوزه بر اساس سیلاب‌های بوقوع پیوسته جدید بسیار موثر باشد. ولی در رابطه (۶) واریانس خطاهای حاصل از هر سیل به صورت خطی-نمایی در اصلاح تشابهات مشارکت می‌کنند. شکل (۹) نمایانگر نتایج حاصل از بهنگام‌سازی پیش‌بینی‌ها براساس تشابهات پسین پس از وقوع هر سیل با اعمال اثر وزنی دبی اوج می‌باشد. مقایسه این شکل با شکل (۸) نتیجه اعمال تئوری بیز در بهنگام‌سازی براساس همان سیل را نشان می‌دهد. به عبارت دیگر برتری روش GLUE بر روش MC در محدود کردن محدوده

پیش‌بینی‌ها برای سطح اطمینان یکسان اثبات می‌گردد. در روش MC محدوده پیش‌بینی‌ها بر اساس توزیع پیشین شکل می‌گیرد که این محدوده همواره وسیع‌تر یا دارای اختلاف بیشتری با دبی‌های مشاهده‌ای نسبت به توزیع پسین است.

## ۸- نتیجه گیری

مقاله حاضر نتایج کاربرد روش GLUE را جهت شبیه‌سازی بارش - رواناب به روش ModClark در حوزه قره سو نشان می‌دهد. محدوده اطمینان پیش‌بینی‌ها و توزیع احتمالاتی آنها متأثر از تابع هدف انتخابی (تابع تشابه) بوده و آستانه رد و قبول مدل نیز در کاهش و افزایش این محدوده نقش قابل توجهی دارد. با توجه به اهمیت پیش‌بینی دبی اوج آبنمود در پیش‌بینی سیل، استفاده از تابع تشابهی که به دبی اوج آبنمود اهمیت بیشتری نسبت به سایر بخش‌های آبنمود دهد می‌تواند در پیش‌بینی مطمئن‌تر دبی اوج موثر باشد. در تحقیق حاضر نتایج حاصل از یکسان گرفتن نقش خطای دبی‌های آبنمود سیل و اولویت دادن به این خطاها در بخش اوج آبنمود مورد بررسی قرار گرفت. نتایج حاکی از آن بود که با یکسان گرفتن نقش خطاها محدوده نسبتاً وسیعی برای پیش‌بینی دبی اوج آبنمود حاصل می‌شود. در حالی که با اعمال وزن بالاتر برای بخش اوج آبنمود در معیار تشابه محدوده پیش‌بینی دبی اوج آبنمود کاهش یافته ولی در مقابل خطای پیش‌بینی در سایر قسمت‌های آبنمود زیاد می‌شود. چنانچه آستانه رد مدل برای کاهش این محدوده افزایش یابد، دبی‌های مشاهده‌ای خارج از محدوده ۹۰٪ اطمینان پیش‌بینی‌ها قرار خواهند گرفت و نتایج پیش‌بینی‌ها را دستخوش خطا خواهند نمود.



شکل ۹- محدوده پیش‌بینی‌های سیلاب ۲۲ آذر ۵۷ پس از بهنگام‌سازی بر اساس شبیه‌نمایی‌های پسین و اعمال اثر وزنی دبی اوج

محدوده بسیار باریکتر از محدوده ۹۰٪ اطمینان حاصل از کل مدل‌های حاصل از شبیه‌سازی MC است.

در مقاله حاضر نتایج حاصل از روش GLUE با روش MC مقایسه گردید که نتایج حاکی از برتری روش GLUE نسبت به MC بود. این برتری در انطباق بهتر محدوده پیش‌بینی‌ها بر دبی‌های مشاهده‌ای و باریکتر شدن محدوده پیش‌بینی‌ها برای سطح اطمینان یکسان است. علاوه بر محدود شدن پیش‌بینی‌ها در روش GLUE، محدوده تغییرات پارامترها و توزیع احتمالاتی آنها نیز اصلاح می‌گردد که این امر در انتخاب سری بهینه پارامترهای مدل می‌تواند نقش موثری داشته باشد.

### پی‌نوشت‌ها

- 1-Generalized Likelihood Uncertainty Estimation
- 2-Topmodel
- 3-Shuffled Complex Evolution
- 4-Sacramento Soil Moisture Accounting
- 5-Likelihood
- 6-Nonbehavioral
- 7-Prior
- 8-Posterior

### مراجع

- حیدری، علی، بهرام، تقیان و رضا، مکنون، (۱۳۸۳)، شبیه‌سازی آبنمود سیل با در نظر گرفتن عدم قطعیت پارامترهای مدل‌های بارش - رواناب، نشریه مهندسی استقلال.
- Bates, B. C. and Campbell, E. P. (2001), "A Morkov Chain Monte Carlo scheme for parameter estimation and inference in conceptual rainfall - runoff modeling," *Water Resource Research*, 37(4), pp. 937-947.
- Beven, K. J. (2000), *Rainfall - Runoff modeling*, John Wiley & Sons, LTD, pp. 314.
- Beven, K. J. (2001), "How can we go in distributed hydrological modeling?," *Hydrology & Earth System Sciences*, 5(1), pp. 1-12.
- Beven, K. J (2002), "Uncertainty and the detection of structural change in models of environmental system," In: Manifesto A, Beck MB (eds) *Environmental foresight and models*: Chapter 12. pp. 227-250.
- Beven, K. J. and Binley, A. (1992), "The future of distributed models: model calibration and uncertainty prediction," *Hydrological Processes*, 6(3), pp. 279-298.

با در نظر گرفتن پیچیدگی سطح عکس‌العمل پارامترها و خطاهای مدل‌سازی، به سختی می‌توان با کاهش عدم قطعیت پارامترها به پیش‌بینی‌های بدون خطا رسید. در این مقاله با وجود نواقص بسیار در اطلاعات ثبت شده حوزه قره سو، سعی گردید محدوده اطمینان پیش‌بینی تعیین گردد. از آنجاکه کاهش محدوده پیش‌بینی‌ها به معنی کاهش محدوده پارامترها بوده و از طرفی به علت تعداد زیاد پارامترهای مدل بارش - رواناب امکان نمایش تابع چگالی احتمالاتی هر یک از پارامترها وجود نداشت. آنچه مسلم است اینکه تابع چگالی تمامی پارامترها به صورت متراکم حاصل نمی‌شود که این موضوع نمایانگر عدم قطعیت در برآورد پارامترها و وجود خطا در داده‌های واسنجی مدل بارش - رواناب است. در برخی از پارامترها به علت عدم حساسیت نتایج مدل بارش - رواناب به تغییرات آنها، تغییراتی در توزیع احتمالاتی با بکارگیری روش GLUE ایجاد نمی‌شود. در مقابل پارامترهای حساس که نقش قابل توجهی در تعیین دبی آبنمود دارند با بکارگیری روش GLUE روی مقادیر واقعی حوزه متمرکز بیشتر می‌یابند.

بکارگیری روش‌های بهنگام‌سازی نظیر GLUE می‌تواند اثر تغییرات اقلیمی و کاربری اراضی حوزه را در برآورد پارامترها براساس مشاهدات جدید سیلاب حوزه تضمین نماید و اطمینان‌پذیری پیش‌بینی‌ها را افزایش دهد. به عبارتی با وجود سیلاب‌های مشاهده‌ای جدید در حوزه، تشابهات پیشین به تشابهات پسین تبدیل می‌شود و این تشابهات پسین به عنوان تشابهات پیشین سیلاب بعد مورد استفاده قرار می‌گیرد. بنابراین در این روش نیازی به تکرار کل مراحل واسنجی با اضافه شدن سیلاب‌های جدید نیست. ضمن اینکه تغییرات هیدرولوژیکی حوزه طی مراحل زمانی مختلف در تعیین پارامترهای مدل بارش - رواناب لحاظ می‌گردد.

باید خاطر نشان کرد که تغییرات محدوده اطمینان با تعریف معیار تشابه مختلف ناچیز می‌باشد. چراکه در این روش شبیه‌سازی‌های مربوط به مدل‌های قابل قبول حاصل از تعریف معیار تشابه برای پیش‌بینی بکار می‌رود. بنابراین معیارهای تشابه مختلف ضرورتاً دارای سری شبیه‌سازی‌های مشترکی خواهند بود با این اختلاف که وزن‌های حاصل از تشابهات متفاوت می‌باشند. در عمل وزن‌های تشابهات به علت تعدد مدل‌های قابل قبول، تاثیر اندکی در توزیع احتمالاتی پیش‌بینی خواهد داشت. در این روش عمده تغییر توزیع احتمالاتی پیش‌بینی‌ها مربوط به آستانه رد و قبول مدل می‌باشد که این آستانه بر اساس داده‌های موجود و خطاهای مدل‌سازی تعیین می‌گردد. در تعیین آستانه رد مدل‌ها، تلاش بر حفظ آبنمود مشاهده‌ای در محدوده ۹۰٪ اطمینان می‌باشد. از آنجاکه محدوده ۹۰٪ اطمینان بر اساس مدل‌های قابل قبول تعیین می‌گردد لذا این

- Flow Forecasting*, Ralph M. Parsons Laboratory Hydrology and Water Resource System, 301 P.
- Hankin, B. G., Hardy, R., Kettle, H. and Beven, K. J. (2001), "Using CFD in a GLUE framework to model the flow and dispersion characteristics of a natural fluvial dead zone," *Earth Surface Processes and Landforms*, 26(6), pp. 667-687.
- Hornberger, G. M. and Spear, R. C. (1981), "An approach to the preliminary analysis of environmental systems," *Journal of Environmental Management*, 12, pp. 7-18.
- Kitanidis, P. K. (1986), "Parameter uncertainty in estimation of spatial function: Bayesian Analysis," *Water Resources Research*, 22(4), pp. 499-507.
- Kuczara, G. and Parent, E. (1998), "Monte Carlo assessment of parameter uncertainty in conceptual catchment models: The Metropolis algorithm," *Journal of Hydrology*, 211, pp. 69-85.
- Kull, D. and Feldman, A. (1998), "Evolution of Clark's unit graph method to spatially distributed runoff," *Journal of Hydrologic Engineering, ASCE*, 3(1), pp. 9-19.
- Peters, J and Easton, D. (1996), "Runoff simulation using radar rainfall data," *Water Resource Bulletin*, AWRA, 32(4), pp. 753-760.
- Yapo, P., Gupta, H. and Sorooshian, S. (1998), "Multi - objective global optimization for hydrological models," *Journal of Hydrology*, 204, pp. 83-97.
- Beven, K. J. and Freer, J. (2001), "Equifinality, data assimilation and uncertainty estimation in mechanistic modeling of complex environmental systems using the GLUE methodology," *Journal of Hydrology*, 249, pp.11-29.
- Campbell, E.P., Fox, D.R. and Bates, B. C. (1999), "A Bayesian approach to parameter estimation and pooling in nonlinear flood event models," *Water Resources Research*, 35(1), pp. 211-220.
- Feyen, L., Beven, K. J., De Smedt, F and Freer, J. (2001), "Stochastic capture zone delineation within the generalized likelihood uncertainty estimation methodology: Conditioning on head observations," *Water Resources Research*, 37(3), pp.101-120.
- Freer, J. and Beven, K. J. (1996), "Bayesian estimation of uncertainty in runoff prediction and the value of data: An application of the GLUE approach," *Water Resource Research*, 32(7), pp. 2161-2173.
- Franks, S. and Beven, K. J. (1997), "Bayesian estimation of uncertainty in land surface-atmosphere flux predictions," *Journal of Geophysical Research-Atmospheres*.
- Georgakakos, K. P. (1986), "A Generalized Stochastic Hydro meteorological Model for Flood and Flash-Flood Forecasting, 1-Formulation," *Water Resources Research*, 22(13), pp. 2085-2095.
- Georgakakos, K. P. and Bras, R. L. (1982), *A Precipitation Model and its use in Real Time River*

تاریخ دریافت مقاله: ۲۸ آبان ۱۳۸۲

تاریخ پذیرش مقاله: ۲۲ آبان ۱۳۸۴