تحقیقات منابع آب ایران
Iran-Water Resources Research

سال هفدهم، شماره ۴، زمستان ۱۴۰۰
Volume 17, No. 4, Winter 2022 (IR-WRR)
۷۰-۷۸

اندازه‌گیری ابر کارایی با استفاده از تحلیل پوششی داده‌های تصادفی در شرکت‌های آب و فاضلاب استان مرکزی

بهرام فتحی[۱*]

چکیده

ارزیابی عملکرد شرکت‌های آب و فاضلاب یکی از وظایف وزارت نیرو است. یکی از مهم‌ترین ابزارها جهت مقایسه کارایی، استفاده از تکنیک کمی تحلیل پوششی داده‌هاست. در سال‌های اخیر موضوع بررسی کارایی اقتصادی به کمک روش تحلیل پوششی داده‌های تصادفی مورد توجه پژوهشگران بوده است. تحلیل پوششی داده‌ها به طور معمول برای اندازه‌گیری کارایی واحدهای تصمیم‌گیرنده از ورودی‌ها و خروجی‌های گذشته و قطعی استفاده می‌کند. به همین دلیل مشکلات عدم امکان تخمین کارایی، توزیع غیر واقعی وزن‌ها به ورودی و خروجی‌های مدل و استفاده از ورودی‌ها و خروجی‌های قطعی می‌باشد. در حالی که در دنیای واقعی بیشتر با پارامترهای تصادفی مواجه هستیم. از این رو در این مقاله موضوع ابر کارایی در تحلیل پوششی داده‌های تصادفی برای داده‌های شرکت‌های آب و فاضلاب استان مرکزی بر اساس آمار سال ۱۳۹۵ مورد بررسی قرار گرفته است. نتایج محاسباتی هر دو مدل ابر کارایی قطعی و تصادفی نشان می‌دهد که اراک از نظر کارایی فنی بهترین شرکت است. شرکت آشتیان نیز بدترین شرکت در بین ۱۷ شرکت در این تحقیق است. اگر چه نتایج رتبه‌بندی هر دو مدل برای شرکت‌های ارزیابی مشابه است؛ اما امتیازات ابر کارایی متفاوت است.

کلمات کلیدی: ابرکارایی، شرکت‌های آب و فاضلاب، تحلیل پوششی داده‌های تصادفی.

تاریخ دریافت مقاله: ۱۴۰۰/۴/۲۳
تاریخ پذیرش مقاله: ۱۴۰۰/۶/۳۰

۱- استادیار گروه اقتصاد دانشگاه آزاد اسلامی واحد شهریار، شهریار، ایران.
*- نویسنده مسئول
بحث و مناظره (Discussion) در مورد این مقاله تا پایان بهار ۱۴۰۱ امکانپذیر است.

Measuring Super-Efficiency Using Stochastic Data Envelopment Analysis in Water and Wastewater Companies of Markazi Province

B. Fathi [1*]

Abstract

Assessing the performance of water and wastewater companies is one of the duties of the Ministry of Energy. One of the most important tools for comparing performance is the use of quantitative data envelopment analysis techniques. In recent years, the subject of studying economic efficiency using stochastic data envelopment analysis has been considered by researchers. Data envelopment analysis typically uses past and definite inputs and outputs to measure the performance of decision-making units. For this reason, the problems are the impossibility of estimating efficiency, unrealistic distribution of weights to model inputs and outputs, and the use of definite inputs and outputs. While in the real world, we encounter more random parameters. Therefore, in this paper, the issue of super-efficiency in the analysis of stochastic data for the data of water and wastewater companies of Markazi province based on the statistics of 2016 has been investigated. The computational results of both definite and stochastic super-efficiency models show that Arak Co. is the best company in terms of technical efficiency. Ashtian Company is also the worst company among 17 companies in this research. Although the ranking results of both models are similar for the rating companies, the super-efficiency scores are different.

Keywords: Super-Efficiency, Water and Wastewater Company, Stochastic Data Envelopment Analysis.

Received: July 14, 2021
Accepted: September 21, 2021

1- Assistant Professor of Economics, Department of Economics, Shahryar Branch, Islamic Azad University, Shahryar, Iran.
E-mail: Bahram125fathi@gmail.com
*- Corresponding Author
Dor: 20.1001.1.17352347.1400.17.4.4.1

This work is licensed under a Creative Commons Attribution 4.0 International License

۱- مقدمه

در قرن بیست و یکم افزایش تقاضای آب موجبات کاهش نگران‌کننده سرانه منابع آب تجدیدشونده را با توجه به محدودیت این منابع در نقاط مختلف جهان فراهم آورده است. تقاضای آب از امکانات منابع آب قابل استحصال تجاوز کرده است. در سال‌های آینده، تداوم افزایش میزان تقاضاها، باعث تشدید محدودیت‌ها خواهد شد (Sharghi, 2005). روال عمومی و سیاست‌گذاری آب در سطح جهان تا آغاز دهه ۱۹۸۰، صرفاً عرضه آب بیشتر را برای تأمین تقاضای جمعیت رو به رشد، هدف قرار داده بود. متأثر از این رویکرد، مبنای توسعه منابع همواره تک منظوره بود (Jafari, 2005). به دلیل وجود بحران آب این موضوع کاملاً جدی است؛ لیکن چنین نیست که این بحران، به کمبود آب برای تأمین نیازها مربوط شود (Khodaparast mashhadi et al, 2015). به هر حال می‌توان گفت که در چند دهه اخیر رشد جمعیت و توسعه فعالیت‌های اقتصادی و اجتماعی از یک سو، و مقابله با اثرات کمبود آب ناشی از خشکسالی‌ها از سوی دیگر که نیاز به تخلیه بیشتر آب را طلب می‌کرد به طور گسترده باعث برداشت بی‌رویه از ذخیره محدود آب‌خوان‌های برخی دشت‌های کشور گردیده است. بطوری که بسیاری از آنان با افت قابل توجه سطح ایستایی آب‌خوان‌ها مواجه شده‌اند (Poshtvan, 2007). با توجه به اینکه در دهه‌های اخیر در سراسر دنیا، خدمات شرکت‌های آب و فاضلاب تغییرات و بهبود قابل توجهی را داشته است. لذا خدمات شرکت آب و فاضلاب را می‌توان از شاخص‌های مهم توسعه یک کشور در نظر گرفت. رشد جمعیت با افزایش تقاضای آب همراه است، و عواقب این افزایش از دو جهت قابل توجه است: یکی به خطر افتادن تعادل اکوسیستم آب و دیگر اینکه حجم فاضلاب حاصل از آن روبه افزایش است. این شرایط دولتمردان را وادار می‌کند تا فرآیندهای آب و فاضلاب را تحت نظر داشته باشند و به‌منظور به حداقل رساندن تأثیر محیط‌زیست و توسعه پایدار تلاش داشته باشند (Molinos-Senante & Sala-Garrido, 2017). بنابراین، افزایش کارایی خدمات آب یک هدف اصلی برای دستیابی به تأسیسات آب و اطمینان از پایداری تأمین آب است. به همین دلیل تحلیل کارایی به یک روش مهم تجاری در صنعت خدمات آب تبدیل شده است، که هم برای شرکت‌های عامل و هم برای سیاست‌گذاران مفید است (Storto, 2018). علاوه بر این با توجه به مصرف بیش از حد منابع زیرزمینی کیفیت خدمات آب در استان مرکزی روبه وخامت گذاشته است. از آنجا که آب یک عامل مهم در توسعه پایدار، سوء مدیریت منابع آب می‌تواند بحران‌های جدی برای توسعه اقتصادی این استان ایجاد کند. تأمین آبرسانی کافی و جمع‌آوری پساب‌های فاضلاب دو مورد وظایف اصلی در شرکت‌های آب و فاضلاب در استان مرکزی است (Mahmoudi et al., 2012). از طرف دیگر خدمات شرکت آب و فاضلاب در ایران با توجه به اینکه ماهیت کالای عمومی دارد این موضوع منجر به دخالت دولت را داشته و این خود دلیلی بر قدرت انحصاری و شبه‌دولتی آن است (Sajjadifar et al., 2017). در این مطالعه به بررسی شرکت‌های آب و فاضلاب در شهرستان‌های استان مرکزی به لحاظ کارایی در بخش آب و فاضلاب با استفاده از روش ابر کارایی تصادفی در DEA پرداخته خواهد شد. در مجموع هدف این مطالعه بررسی مقایسه داده‌های قطعی و تصادفی شرکت‌های آب و فاضلاب است، همچنین اندازه‌گیری کارایی شرکت‌های آب و فاضلاب در استان مرکزی است.

۲- روش تحقیق

۲-۱- مبانی نظری و پیشینه تحقیق

مفهوم کارایی در مبانی اقتصادی حداکثر ستانده با میزان معینی از نهاده‌ها یا حداقل نهاده با میزان معینی از ستاده می‌باشد. فارل (Farrell, 1975) در زمینه کارایی نسبی مطالعات زیادی ارائه داده و برای ارزیابی آن نیز روشی را پیشنهاد داده است. وی کارایی یک بنگاه را تولید یک ستاده به حد کافی بیشتر از یک مقدار مفروض نهاده تعریف کرده است. همچنین در منابع دیگر نیز تعاریفی از کارایی ارائه شده که از جمله می‌توان از نسبت ستانده به نهاده اشاره نمود (Emami Meybodi, 2000). فارل کارایی اقتصادی مؤسسات را شامل دو جزء کارایی فنی و تخصیصی می‌داند. بر اساس تعریف ارائه شده توسط فارل، کارایی فنی منعکس‌کننده توانایی یک بنگاه در به دست آوردن حداکثر خروجی از ورودی‌های به کار گرفته شده است، اما کارایی تخصیصی منعکس‌کننده توانایی یک بنگاه برای استفاده از ورودی‌ها به نسبت بهینه با توجه به قیمت و فناوری تولید است. ترکیب این دو کارایی اقتصادی را تشکیل می‌دهد. مبانی تحلیل کارایی فارل در شکل ۱ نشان داده شده است.

شکل ۱ بیانگر آن است که در آن یک شرکت، دو نهاده X_1 و X_2 را برای تولید محصول Y به شرط بازده ثابت نسبت به مقیاس استفاده می‌کند. FF منحنی تولید همسان یا مجموعه ترکیبات کارای نهاده‌ها است که سطح محصول Y را تولید می‌کنند نقطه G کاراترین نقطه تولید، هم از نظر حداقل‌سازی مقادیر کل نهاده‌ها برای محصول Y (کارایی فنی) و هم از لحاظ حداقل سازی هزینه استفاده از نهاده‌ها بر حسب قیمت‌های نسبی مشخص آنها (کارایی تخصیصی) است. اگر شرکت مورد نظر در نقطه P فعالیت کند، مقدار کارایی فنی آن معادل $\frac{OG}{OP}$ خواهد بود.

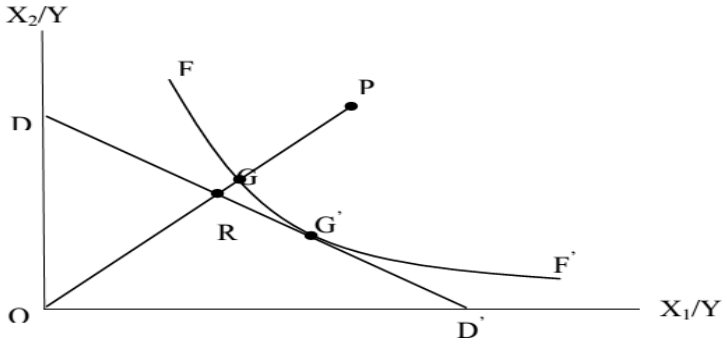

Fig. 1- Input oriented efficiency measure
شکل ۱- اندازه‌گیری کارایی در حالت نهاده محور

با توجه به این مقدار این نسبت کمتر از یک است، بنابراین شرکت مزبور به لحاظ فنی غیرکارا درنظر گرفته می‌شود. کارایی تخصیص شرکتی که در نقطه P فعالیت می‌کند از نسبت $\frac{OR}{OP}$ به دست می‌آید. با توجه به این که مقدار این نسبت کمتر از یک است. پس شرکت مزبور به لحاظ تخصیص نیز غیرکارا است (Emami Meybodi, 2000). روش پیشنهادی فارل برای اندازه‌گیری شرکت‌ها با توجه به فروض محدودکننده‌ای که به همراه داشت، کاربرد عملی چندانی نیافت، تا اینکه با انتشار مقاله چارنز و همکارانش در سال ۱۹۷۸ اندازه‌گیری عملی کارایی با استفاده از تکنیک‌های برنامه‌ریزی ریاضی ناپارامتریک به حالت چند ورودی و چند خروجی تحت عنوان تحلیل پوششی داده‌ها امکان‌پذیر شد. در این روش، دیگر نیازی به برآورد تابع تولید نمی‌باشد، همچنین اگر واحد مورد نظر دارای چند ورودی و خروجی متفاوت باشد، این روش در ارزیابی کارایی با مشکل مواجه نخواهد بود (Mehregan et al., 2013). برای اندازه‌گیری کارایی از دو رویکرد پارامتریک و ناپارامتریک استفاده می‌شود، محققین روش‌های مختلفی را برای اندازه‌گیری عملکرد آب و فاضلاب توسعه داده‌اند. اما اکثر مطالعاتی که کارایی آب و فاضلاب را ارزیابی کرده‌اند از روش DEA ناپارامتریک بوده است (García-Sánchez, 2006; Molinos-Senante & Sala-Garrido, 2014, 2016). نتایج مدل‌های DEA این است که واحدهای تصمیم‌گیرنده[1] را به دو بخش کارا و ناکارا تقسیم کند.

مزایایی که روش DEA دارد چنین است: ۱) فرضیه عملکرد بین ورودی و خروجی وجود ندارد؛ ۲) وزن‌ها برای جمع‌کردن ورودی و خروجی به‌صورت درون‌زا ایجاد می‌شود؛ ۳) در ارزیابی واحدهای تصمیم‌گیرنده این امکان وجود دارد که از چندین ورودی و خروجی استفاده می‌شود (Guerrini et al., 2013). علیرغم این مزایا DEA دارای محدودیت نیز می‌باشد. بـــه طوری که استنتاج آماری را نمی‌توان از مـــدل‌های معمولی DEA بـرداشت نمود و نمرات کارایی نسبت بـه مشاهدات غیرعادی و خطاهای داده بسیار حساس می‌باشند (De Witte et al., 2010; Ananda, 2014; Fathi & Ohadi 2021).

برای درنظر گرفتن عدم اطمینان و تصادفی در ارزیابی کارایی چندین روش توسعه داده شده است (Cazals et al., 2002; Bonilla et al., 2004; Daraio & Simar, 2005; Simar & Wilson, 2007). در سال‌های اخیر، چندین محقق مطالعاتی را در مورد صنعت آب و فاضلاب و انرژی با مدل‌های DEA توسط Ananda (2019)، Dong et al. (2017)، Hernández-Chover et al. (2018)، Castellet & Molinos-Senante (2016) و Molinos-Senante et al. (2016) و Fathi et al. A (2020) و Fathi & Zeinalzadeh (2020) و Fathi & Mahdavi Adeli (2015) انجام شده است.

Sala-Garrido et al. (2012) از مدل DEA برای ارزیابی کارایی تصفیه‌خانه‌های فاضلاب در اسپانیا از عدم اطمینان استفاده کردند. با توجه به چند کاربرد تجربی که با مسأله عدم اطمینان در سنجش عملکرد شرکت‌ها در این تحقیق نیاز به پیشرفت وجود دارد. نمرات کارایی اغلب برای شناسایی واحدهایی بکار می‌رود که بیشترین کارایی را از منابع استفاده می‌کنند. بااین‌حال برای تصمیم‌گیری DMUهای ارزیابی شده باید از نظر کارایی رتبه‌بندی شوند. ازاین‌رو رتبه‌بندی DMUها با چندین روش از جمله کارایی متقاطع می‌توان (Sexton et al., 1986) و ابزارهای آماری چند متغیره (Friedman & Sinuany-Stern, 1997)، ابر کارایی (Andersen & Petersen, 1993) و شاخص‌های کارایی (Boscá et al., 2011) اشاره نمود. در حالی که هریک از این روش‌ها دارای مزایا و کاستی‌هایی می‌باشند.

در ایران چند مطالعه در خصوص کارایی شرکت‌های آب و فاضلاب انجام گرفته است. Rezaee et al. (2010) به ارزیابی کارایی شرکت‌های آب و فاضلاب شهری در بخش آب در استان‌های کشور به روش ناپارامتری بر اساس روش‌های برنامه‌ریزی ریاضی پرداختند. آنها کارایی شرکت‌ها را بر اساس دو فرض بازدهی ثابت نسبت به مقیاس و بازدهی متغیر نسبت به مقیاس مورد بررسی قرار دادند که بر اساس فرض بازدهی ثابت نسبت به مقیاس شرکت آب و فاضلاب در استان‌های همدان، مرکزی، خراسان جنوبی، سیستان و بلوچستان، مازندران، زنجان، کهگیلویه و بویر احمد، قزوین و تهران از بیشترین کارایی برخوردار بودند و بر اساس فرض بازدهی متغیر نسبت به مقیاس شرکت آب و فاضلاب استان‌های کرمان، فارس، سمنان و ایلام نیز به جمع شرکت‌های کارا اضافه شدند که متوسط کارایی تحت این فرض ۸۶ درصد بوده است. در نهایت پیشنهاد شد که شرکت آب و فاضلاب در استان‌های ناکارا به‌منظور افزایش کارایی می‌بایست شرکت آب و فاضلاب استان همدان را الگوی خود قرار دهند.

Ehsani Nia & Payan (2014) در مطالعه‌ای به ارزیابی عملکرد ۱۵ شرکت آب و فاضلاب شهرهای مختلف استان سیستان و بلوچستان را در دو دوره زمانی منتهی به اسفند ۱۳۹۱ و ۱۳۹۲ پرداختند. آنها با استفاده از مدل راسل اصلاح شده به محاسبه کارایی شرکت‌ها در هر دوره زمانی پرداخته است و سپس با استفاده از شاخص بهره‌وری مالم‌کوئیست، بهره‌وری شرکت‌ها را در طول زمان محاسبه کردند. Dabbagh & Ahmdi (2019) در مطالعه‌ای با استفاده از مدل کارت امتیاز متوازن به ارزیابی عملکرد شرکت آب و فاضلاب شهری استان آذربایجان غربی پرداختند. نتایج مطالعه آنها نشان داد که بیشترین میزان عوامل مؤثر بر عملکرد شرکت مورد مطالعه به ترتیب شامل کاهش هزینه‌های غیرضروری، افزایش و توسعه امکانات جدید، به دست آوردن مشتریان جدید، فراهم‌سازی زیرساخت‌ها و منابع سازمانی، توسعه شایستگی‌ها از طریق آموزش، افزایش رضایت‌مندی مشتریان، ارتقای کارایی و راندمان و کیفیت در فرایندهای داخلی است. با توجه به ادبیات موضوع و مطالعات تجربی داخل کشور مشخص می‌شود که علیرغم اهمیت درنظر گرفتن عدم اطمینان در ارزیابی کارایی در صنعت آب خلأ در ادبیات مشهود است. این مقاله چند هدف را دنبال می‌کند، اولین هدف تعیین متغیرهای ورودی و خروجی است. دومین هدف ارزیابی شرکت‌های آب و فاضلاب در شرایط تصادفی برای ۱۷ شهرستان استان مرکزی در سال ۱۳۹۵ تمرکز دارد. درنهایت رتبه‌بندی شرکت‌ها برای تصمیم‌گیری است. در ادبیات، محققین روش‌های مختلفی را برای اندازه‌گیری عملکرد آب و فاضلاب توسعه داده‌اند

۲-۲- اندازه‌گیری ابر کارایی در تحلیل پوششی داده‌ها

همان‌گونه که در ادبیات تحقیق نیز اشاره شد، مدل‌های DEA دارای دو رویکرد نهاده محور و ستاده محور می‌باشند. از همین روی، در این مطالعه از مدل DEA با رویکرد ستانده محور و بازده متغیر نسبت به مقیاس برای رتبه کارایی واحدهای تصمیم‌گیرنده به شرح زیر بهره گرفته خواهد شد:

$$
\begin{aligned}
&\text{Maximize} \quad \varphi_0^{sup} \\
&\text{Subject to} \\
&x_{i0} = \sum_{j=1}^{n} \lambda_j x_{ij} + s_i^-, \qquad i = 1, \dots, m \\
&\varphi_0 y_{r0} - \sum_{j=1}^{n} \lambda_j y_{rj} - \varphi_0^{sup} y_{r0} \qquad (۱) \\
&\qquad - s_r^+, \qquad r = 1, \dots, s \\
&\sum_{j=1}^{n} \lambda_j = 1 \\
&s_i^-, s_r^+, \lambda_j \geq 0
\end{aligned}
$$

در این تحقیق فرض می‌کنیم n واحد تصمیم‌گیرنده ($j=1,\dots,n$)، داریم که DMU_j ($j=1,\dots,n$)، rامین خروجی y_{rj} ($r=1,2,\dots,s$) را با استفاده از iامین ورودی x_{ij} ($i=1,2,\dots,m$)، و S متغیر کمبود تولید می‌کند. مدل ابر کارایی یک روش برای اندازه‌گیری کارایی نسبی بین واحدهای تصمیم‌گیرنده و رتبه‌بندی آنها می‌باشد. در مدل ابر کارایی برای DMUهای کارا امتیاز کمتر یا مساوی ۱ را اختصاص می‌دهند و برای DMUهای ناکارا عددی بزرگ‌تر از یک را درنظر می‌گیرند. کارایی نسبی مجموعه‌ای از DMU ها با چند ورودی و چند خروجی را می‌توان محاسبه کرد.

۲-۳- اندازه‌گیری ابرکارایی تصادفی در تحلیل پوششی داده‌ها

با توجه به اینکه در مدل‌های DEA معمولی متغیرهای تصادفی در ورودی و خروجی اجرا نمی‌شود. بنابراین اندازه‌گیری کارایی DEA ممکن است نسبت به چنین تغییرات حساس باشند. به‌عنوان مثال واحدی که تصمیم‌گیرنده است نسبت به سایر DMUها کارآمد باشد اگر چنین تغییرات تصادفی درنظر گرفته شود ممکن است ناکارآمد شود. برای از بین بردن این ضعف در مدل‌های DEA معمولی برخی محققین تغییرات ورودی و خروجی تصادفی را در DEA درنظر گرفته‌اند. به‌عنوان مثال Azadeh et al. (2015)، Jin et al. (2014)، Khodabakhshi & Asgharian (2009)، Cooper et al. (2002) و Morita & Seiford (1999) می‌توان اشاره کرد.

بنابراین در این تحقیق برای بهبود مدل‌های مرسوم از مدل ابر کارایی تصادفی مبتنی بر خروجی محور استفاده شده است که امکان تغییرات تصادفی در داده‌های ورودی و خروجی را فراهم می‌آورد.

در اینجا φ تابع توزیع جمعی از یک متغیر تصادفی عادی استاندارد و φ^{-1} معکوس آن است. فرض بر این است که متغیرهای ورودی و خروجی با استفاده از مقادیر مشاهده شده در برنامه تخمین زده می‌شوند. برای دیدن اینکه چگونه معادلات تصادفی حاصل می‌شود متغیر $\zeta_r > 0$ متغیر کمبود جانبی برای تبدیل محدودیت تصادفی rامین ستانده به‌صورت فرم زیر درنظر گرفته می‌شود:

$$P\left\{\sum_{j=1}^{n}\lambda_j\tilde{y}_{rj} - \varphi_0\tilde{y}_{r0} \geq 0\right\} = (1-\alpha) + \zeta_r$$

سپس. $s_r^+ > 0$ به این شکل وجود خواهد داشت:

$$P\left\{\sum_{j=1}^{n}\lambda_j\tilde{y}_{rj} - \varphi_0\tilde{y}_{r0} \geq s_r^+\right\} = (1-\alpha)$$

بنابراین خواهیم داشت:

$$P\left[\frac{\sum_{j=1}^{n}\lambda_j\tilde{y}_{rj} - \varphi_0\tilde{y}_{r0} - E\left(\sum_{j=1}^{n}\lambda_j\tilde{y}_{rj} - \varphi_0\tilde{y}_{r0}\right)}{\sqrt{var\left\{\sum_{j=1}^{n}\lambda_j\tilde{y}_{rj} - \varphi_0\tilde{y}_{r0}\right\}}} \leq \frac{s_r^+ - E\left(\sum_{j=1}^{n}\lambda_j\tilde{y}_{rj} - \varphi_0\tilde{y}_{r0}\right)}{\sqrt{var\left\{\sum_{j=1}^{n}\lambda_j\tilde{y}_{rj} - \varphi_0\tilde{y}_{r0}\right\}}}\right] = \alpha$$

برای سادگی $\sqrt{var\left\{\sum_{j=1}^{n}\lambda_j\tilde{y}_{rj} - \varphi_0\tilde{y}_{r0}\right\}}$ را با این نماد $\sigma_r^0(\varphi_0,\lambda)$ درنظر گرفته و خواهیم داشت:

$$P\left\{\frac{\sum_{j=1}^{n}\lambda_j\tilde{y}_{rj} - \varphi_0\tilde{y}_{r0} - \sum_{j=1}^{n}\lambda_j y_{rj} + \varphi_0 y_{r0}}{\sigma_r^0(\varphi_0,\lambda)} \leq \frac{s_r^+ - \sum_{j=1}^{n}\lambda_j y_{rj} + \varphi_0 y_{r0}}{\sigma_r^0(\varphi_0,\lambda)}\right\}$$

به عبارت دیگر

$$P\left\{Z \leq \frac{s_r^+ - \sum_{j=1}^{n}\lambda_j y_{rj} + \varphi_0 y_{r0}}{\sigma_r^0(\varphi_0,\lambda)}\right\} = \alpha$$

در جایی که Z یک متغیر استاندارد نرمال باشد می‌توانیم داشته باشیم:

$$\varphi\left\{\frac{s_r^+ - \sum_{j=1}^{n}\lambda_j y_{rj} - \varphi_0 y_{r0}}{\sigma_r^0(\varphi_0,\lambda)}\right\} = \alpha$$

یا اینکه:

$$\varphi_0 y_{r0} - \sum_{j=1}^{n}\lambda_j y_{rj} + s_r^+ - \varphi^{-1}(\alpha)\sigma_r^0(\varphi_0,\lambda) = 0$$

در استخراج معادلات برای $\sigma_r^0(\varphi_0,\lambda)$ اثبات زیر را خواهیم داشت:

$$\left(\sigma_r^0(\sigma_0,\lambda)\right)^2 = var\left\{\sum_{j=1}^{n}\lambda_j\tilde{y}_{rj} - \varphi_0\tilde{y}_{r0}\right\}$$

$$= var\left\{\sum_{j=1}^{n}\lambda_j y_{rj} + (\lambda_0 - \varphi_0)\varphi_0 y_{r0}\right\}$$

$$= var\left(\sum_{j=1}^{n}\lambda_j y_{rj}\right) + var\left((\lambda_0 - \varphi_0)y_{r0}\right)$$

$$+2Cov\left(\sum_{j=1}^{n}\lambda_j y_{rj}, (\lambda_0 - \varphi_0)y_{r0}\right)$$

$$\left(\sigma_r^0(\sigma_0,\lambda)\right)^2 = \sum_{k\neq 0}\sum_{j\neq 0}\lambda_k\lambda_j\, Cov(\tilde{y}_{rk}.\tilde{y}_{rj}) + 2(\lambda_0 - \varphi_0) \times \sum_{j\neq 0}\lambda_k\, Cov(\tilde{y}_{rk}.\tilde{y}_{r0}) + (\lambda_0 - \varphi_0)^2 var(\tilde{y}_{r0})$$

با استفاده از خاصیت فوق‌الذکر توزیع نرمال و جایگذاری به ترتیب $\sigma_r^0(\varphi_0,\lambda)$ و $\sigma_i^0(\lambda)$ به‌جای متغیرهای غیر منفی w_r^0 و w_i^1 و اضافه کردن محدودیت‌های برابر درجه ۲ را به شرح زیر داریم:

$$(w_i^1)^2 = \left(\sigma_i^1(\lambda)\right)^2$$

$$(w_r^0)^2 = \left(\sigma_r^0(\varphi_0,\lambda)\right)^2$$

درنهایت مدل ابر کارایی تصادفی را به شرح زیر خواهد بود:

$$\text{Maximize} \quad \varphi_0^{sup}$$

$$\text{Subject to}$$

$$\sum_{j=1}^{n}\lambda_j x_{ij} + s_i^- - \varphi^{-1}(\alpha)w_i^1 = x_{i0}\,, \qquad i = 1,\dots,m$$

$$\varphi_0^{sup} y_{r0} - \sum_{j=1}^{n}\lambda_j y_{rj} + s_r^+ - \varphi^{-1}(\alpha)(w_r^0) = 0\,, \qquad r = 1,\dots,s$$

$$\sum_{j=1}^{n}\lambda_j = 1 \quad var\,(\tilde{x}_{i0})$$

$$(w_i^1)^2 = \sum_{j\neq 0}\sum_{k\neq 0}\lambda_j\lambda_k\, Cov(\tilde{x}_{ij}.\tilde{x}_{ik}) - 2\sum_{j\neq 0}\lambda_j\, Cov(\tilde{x}_{ij}.\tilde{x}_{ik}) + var\,(\tilde{x}_{i0}) \qquad (۲)$$

$$(w_r^0)^2 = \sum_{k\neq 0}\sum_{j\neq 0}\lambda_k\lambda_j\, Cov(\tilde{y}_{rk}.\tilde{y}_{rj}) - 2\varphi_0^{sup}\sum_{k\neq 0}\lambda_k\, Cov(\tilde{y}_{rk}.\tilde{y}_{r0}) + \left(\varphi_0^{sup}\right)^2 var(\tilde{y}_{r0})$$

$$s_i^-, \lambda_j, s_r^+, w_i^1, w_r^0 \geq 0$$

۳- نتایج و بحث

در این قسمت انتخاب متغیرهای نهاده و ستاده در DEA مطرح می‌شود هر چند اجماع کاملی بر سر اینکه کدام متغیرها بهترین توضیح‌دهنده عملیات شرکت‌های آب و فاضلاب است، وجود ندارد، در مطالعه حاضر، مشابه مطالعات Molinos-Senante et al. (2016)، Mahmoudi et al. (2012) و Rezaee et al. (2010) و Fathi et al. (2010) از نیروی انسانی، موجود سرمایه و سایر هزینه‌ها به‌عنوان متغیر نهاده استفاده شده است و از متغیرهای تعداد مشترکین، فروش آب و هدر رفت آب به‌عنوان متغیرهای ستاده درنظر گرفته شده است. در این مطالعه از داده‌های شرکت آب و فاضلاب در استان مرکزی در سال ۱۳۹۵ استفاده شده است، این داده‌ها از آمار تفصیلی صنعت آب ایران و صورت سود و زیان شرکت‌های آب و فاضلاب استخراج شده است.

آمار توصیفی متغیرهای ورودی و خروجی مورد استفاده در مدل برای شرکت‌های آب و فاضلاب تحت مطالعه در جدول ۱ گزارش شده است. اعداد مندرج در جدول ۱ به عنوان نمونه متوسط موجودی سرمایه ۲۴۲۷۴۴/۰۸۱۲ هزار ریال و حداکثر و حداقل موجودی سرمایه آن به ترتیب ۲۶۰۸۲۴۰/۰۸۹ و ۱۴۴۳۰/۳۸۰۵۲ هزار ریال، که حداکثر متعلق به اراک و حداقل متعلق به نراق است. پس از جمع‌آوری داده‌ها با استفاده از روش تحلیل پوششی داده‌ها تصادفی با رویکرد خروجی محور و با کدنویسی در نرم‌افزار گمز[۲] عملکرد کارایی برای ۱۷ شرکت آب و فاضلاب در سال ۱۳۹۵ محاسبه گردید.

نتایج محاسبات مدل ابر کارایی در مدل ۱ و مدل ابر کارایی تصادفی با استفاده از مدل ۲ در جدول ۲ نشان داده شده است. ستون ۲-۳، ۴-۵ و ۶-۷ جدول ۲ نمرات ابر کارایی و رتبه واحدها را برای هر دو مدل به ترتیب قطعی و تصادفی نشان می‌دهد. با توجه به اینکه نمره ابر کارایی کمتر و یا برابر یک دلالت بر این دارد که DMU کارآمد است، و نمرات بیشتر از یک نشان می‌دهد که DMUها ناکارآمد می‌باشند، بنابراین هرچه نمره ابر کارایی پایین‌تر باشد عملکرد شرکت بهتر است.

بر اساس نتایج عددی ارائه شده در ستون‌های ۲-۳ از جدول ۲ شرکت‌های آب و فاضلاب اراک، ساوه، غرق‌آباد و نراق که φ^{sup*} آنها کمتر از یک است بسیار کارآمد می‌باشند. بقیه شرکت‌ها که φ^{sup*} برای آنها بیشتر از یک است ناکارآمد محسوب می‌شود.

شرکت آب و فاضلاب اراک با امتیاز ابر کارایی ۰/۳۸۶۸ در رده اول قرار دارد. در حقیقت این شرکت با ۰/۳۸۶۸ درصد از خروجی‌های فعلی خود را تولید کند و همچنان کارآمد است. شرکت‌های برتر بعدی ساوه، غرق‌آباد و نراق با امتیازات ابر کارایی به ترتیب ۰/۷۲۱۵، ۰/۹۹۱۶، ۰/۹۹۹۱ است. بدترین شرکت دلیجان با امتیاز ۱/۳۱۱۸ است. این شرکت می‌تواند با ۱/۳۱۱۸ برابر از خروجی‌های فعلی خود را تولید کند. بنابراین از نظر وضعیت عملکردی ناکارآمد است. پس از دلیجان شرکت‌های آشتیان، آستانه، تفرش، خمین، دلیجان، زاویه، فرمهین، کمیجان، مأمونیه، محلات و پرندک با امتیاز بیشتر از یک از نظر کارایی بدترین شرکت‌ها می‌باشند. در بین شرکت‌های ناکارآمد، محلات وضعیت بهتری نسبت به چند شرکت دیگر دارد.

محاسبه نتایج برای داده‌های تصادفی $\alpha = 0.4$ و $\alpha = 0.6$ به ترتیب برای $\varphi^{-1}(\alpha) \approx -0.25$ و $\varphi^{-1}(\alpha) \approx 0.25$ انتخاب شده‌اند. با توجه به فرض اول که همه DMUها دارای واریانس یکسان و دارای میانگین متفاوت می‌باشند، و فرض دیگر اینکه ورودی‌ها و خروجی‌ها برای DMUهای مختلف از یکدیگر مستقل می‌باشند. بر اساس نتایج ابر کارایی تصادفی در ستون ۴-۶ باز هم بهترین شرکت اراک با نمره تصادفی ۰/۲۶۴۷و ۰/۳۸۶۵ مربوط به $\alpha = 0.4$ و $\alpha = 0.6$ است. بدترین شرکت آشتیان با نمره ۱/۳۷۲۳ و ۱/۳۸۷۶ است. نتایج عددی مدل ابر کارایی تصادفی مربوط به $\alpha = 0.4$ و $\alpha = 0.6$ که در ستون‌های ۴ و ۶ ارائه شده نشان می‌دهد که هردو مورد کاملاً مشابه است. به عنوان نمونه امتیازات شرکت‌ها به ترتیب ساوه ۰/۷۲۱۵، ۰/۷۸۴۷، غرق‌آباد ۰/۹۷۲۳، ۰/۹۸۹۳، نراق ۰/۹۹۷۶، ۰/۹۹۸۴ در هر دو مورد از لحاظ تصادفی کارایی دارند. این شرکت‌ها از نظر قطعی نیز کارایی دارند. مقایسه نتایج عددی در ستون‌های ۲-۳، ۴-۵ و ۶-۷ جدول ۲ ارائه شده است. شرکت‌های آستانه، تفرش، خمین، دلیجان، زاویه، فرمهین، کمیجان، مأمونیه، محلات و پرندک با هردو مدل قطعی و تصادفی ناکارآمد می‌باشند.

اگرچه نتایج محاسباتی کاملاً یکسان است. از نتایج محاسباتی ارائه شده در ستون‌های ۴-۵، ۶-۷ جدول ۲ شرکت اراک با نمره ابر کارایی تصادفی ۰/۲۶۴۷و ۰/۳۸۶۵ مربوط به $\alpha = 0.4$ و $\alpha = 0.6$ مطابقت دارند، به ترتیب با مدل ابر کارایی تصادفی در رتبه اول قرار می‌گیرد. شرکت ساوه با نمره ۰/۷۲۱۵، ۰/۷۸۴۷ در رتبه دوم است. دو شرکت برتر دیگر غرق‌آباد و نراق با نمره می‌باشند. در پایین‌ترین رتبه‌بندی شرکت‌های آستانه، تفرش، خمین، دلیجان، زاویه، فرمهین، کمیجان، مأمونیه، محلات و پرندک قرار دارند.

Table 1- Descriptive statistics of inputs and outputs

جدول ۱- آمار توصیفی متغیرهای ورودی و خروجی‌ها

Variable	Min	Mean	Max	Std.dev
Number of customers	1144	16953	145456	35023
water sold	276712	6314034	57368448	14130331
Wasted water	97992	1400032	9554966	2423302
Labor	6	39	260	62
Capital stock	14430381	242744081	2608240089	617886183
Operating costs	57078989	1027107983	8673811066	2116599481

Table 2- Results deterministic and stochastic super-efficiency scores for water and wastewater company

جدول ۲- نتایج ابرکارایی قطعی و تصادفی برای شرکت‌های آب و فاضلاب

Company	Determ. score	Rank	Stocha. Score α=0.4	Rank	Stocha. score, α=0.6	Rank
Astaneh	1.1668	15	1.1531	14	1.0182	6
Ashtian	1.1865	16	1.3723	17	1.3876	17
Arak	0.3868	1	0.2647	1	0.3865	1
Tafresh	1.1653	14	1.1794	15	1.1601	14
Khomein	1.1611	13	1.1504	13	1.2364	15
Delijan	1.3118	17	1.328	16	1.2569	16
Zaviyeh	1.0937	12	1.0751	11	1.0866	12
Saveh	0.7215	2	0.7215	2	0.7847	2
Shazand	1.0113	7	1.0047	5	1.0342	9
QarghAbad	0.9916	3	0.9723	3	0.9893	3
Farmahin	1.0127	8	1.0203	8	1.0103	5
Komeijan	1.0224	10	1.0294	9	1.0208	7
Mamooniyeh	1.0466	11	1.0476	10	1.0701	11
Mehallat	1.0052	5	1.0912	12	1.1526	13
Naragh	0.9991	4	0.9976	4	0.9984	4
Nobaran	1.0159	9	1.0191	7	1.0265	8
Parandak	1.0081	6	1.0084	6	1.0395	10

۴- نتیجه‌گیری

هدف مقاله حاضر اندازه‌گیری عملکرد و شناسایی واحدهایی است که عملکرد ضعیفی دارند تا مدیریت بتواند با برنامه‌ریزی و شناسایی نقاط ضعف، عملکرد آن‌ها را بهبود بخشد. در سال‌های گذشته و از زمان بوجود آمدن مفهوم کارایی، مطالعات بسیاری در این خصوص صورت گرفته است که عمدتاً از روش تحلیل پوششی داده‌ها استفاده شده است، با توجه به نقص این روش در تمایز بین کارایی واحدهای تصمیم‌گیرنده، لازم است که در تحلیل‌ها از روش‌های کارآمدتری که توسعه‌یافته روش تحلیل پوششی داده‌ها است استفاده شود. یکی از جدیدترین روش‌ها در این زمینه مدل ابر کارایی با استفاده از داده‌های تصادفی است که با وجود استفاده در تحقیقات خارجی، در مطالعات داخلی به دلیل عدم آشنایی محققین از این روش کم‌تر استفاده شده است. به همین منظور موضوع ابر کارایی قطعی و تصادفی در تحلیل پوششی داده‌های تصادفی برای ۱۷ شرکت آب و فاضلاب استان مرکزی مورد بررسی قرار گرفت. نتایج محاسباتی هر دو مدل ابر کارایی قطعی و تصادفی نشان می‌دهد که اراک از نظر کارایی فنی بهترین شرکت است. شرکت آشتیان نیز بدترین شرکت در بین ۱۷ شرکت در این تحقیق است. اگرچه نتایج رتبه‌بندی هر دو مدل برای شرکت‌های ارزیابی مشابه است، اما امتیازات ابر کارایی متفاوت است. با توجه به نتایج این تحقیق پیشنهاد می‌گردد با بررسی دقیق‌تر سیستم آب و فاضلاب و مدیریت شدن این بخش، در جهت کمک به شهرستان‌های دیگر استان مرکزی گامی رو به جلو برداشت که می‌توان با کاهش نیروی انسانی ناکارا و افزایش افراد متخصص و کارآمد برای شهرستان‌هایی که ناکارا هستند در جهت مثبت تصمیم‌گیری کرد. با توجه به اینکه در مدل تصادفی خطاهای داده‌ها مجاز است، بنابراین اگر داده‌ها بیشتر نادقیق باشند یک تخمین تقریبی لازم است، که در این صورت مدل تصادفی ترجیح داده می‌شود. از طرف دیگر اگر داده‌ها دقیق باشند مدل قطعی ارجحیت دارد. لذا با توجه به مزایای یاد شده، پیشنهاد می‌شود که در تحقیقات آتی، روش ترکیبی تحلیل پوششی داده‌های تصادفی با رویکرد بازی چانه‌زنی مورد استفاده قرار گیرد. علاوه براین به سیاستگذاران و برنامه‌ریزان کشور پیشنهاد می‌شود برای بهبود کارایی شرکت‌های آب و فاضلاب، فرهنگ‌سازی در خصوص مصرف آب و آموزش نیروی انسانی را در اولویت برنامه‌ها قرار دهند.

پی‌نوشت‌ها

1- Decision Making Units
2- GAMS

۵- مراجع

Ananda J (2014) Evaluating the performance of urban water utilities: Robust nonparametric approach. Journal of Water Resources Planning and Management 140(9):04014021

Ananda J (2019) Explaining the environmental efficiency of drinking water and wastewater utilities. Sustainable Production and Consumption 17:188–195

Andersen P & Petersen N C (1993) A procedure for ranking efficient units in data envelopment analysis. Management Science 39(10):1261-1264

Azadeh A, Motevali Haghighi S, Zarrin M, and Khaefi S (2015) Performance evaluation of Iranian electricity distribution units by using stochastic data envelopment analysis. Electrical Power and Energy Systems 73:919–931

Bonilla M, Casasús T, Medal A, & Sala R (2004) An efficiency analysis with tolerance of the Spanish port system. International Journal of Transport Economics 31(3):379–400

Boscá J E, Liern V, Sala R, MartÍnez A (2011) Ranking decision making units by means of soft computing DEA models. International Journal of Uncertainty, Fuzziness and Knowledge-Based Systems 19(1):115–134

Castellet L and Molinos-Senante M (2016) Efficiency assessment of wastewater treatment plants: A data envelopment analysis approach integrating technical, economic, and environmental issues. Journal of Environmental Management 167:160-166

Cazals C, Florens J P, & Simar L (2002) Nonparametric frontier estimation: a robust approach. Journal of Econometrics 106(1):1–25

Cooper W W, Deng H, Huang Z, & Li Susan X (2002) Chance constrained programming approaches to technical efficiencies and inefficiencies in stochastic data envelopment analysis. Journal of the Operational Research Society 53(12):1347–1356

Dabbagh R & Ahmdi S (2019) Evaluation of water and wastewater company performance by using balanced scorecard model (Case Study: West Azarbayjan Water and Wastewater Company). Journal of Water and Wastewater 30(1):50-63 (In Persian)

Daraio C & Simar L (2005) Introducing environmental variables in nonparametric frontier models: A probabilistic approach. Journal of Productivity Analysis 24(1):93–121

De Witte K & Marques RC (2010) Designing performance incentives, an international benchmark study in the water sector. Central European Journal of Operations Research 18(2):189–220

Dong X, Du X, Li K, Zeng S, and Bledsoe B P (2017) Benchmarking sustainability of urban water infrastructure systems in China. Journal of Cleaner Production 170:330-338

Ehsani Nia S & Payan A (2014) Research article evaluation of water and wastewater companies of Sistan and Baluchestan Province using Russell modified model based on DEA. The 6th International Conference On Data Envelopment Analysis, Islamic Azad University of Lahijan, Lahijan

Emami Meybodi A (2000) Productivity measurement (in theory and practice). Institute of Business Studies and Research (In Persian)

Fathi B & Ohadi N (2021) Evaluating the efficiency of water and wastewater companies under uncertainty by using interval fuzzy data envelopment approach (Case Study: Markazi Province). Journal of Water & Wastewater 32(3):32-93 (In Persian)

Fathi B, Ashena M & Bahari A (2020) Energy, environmental, and economic efficiency in fossil fuel exporting countries: A modified data envelopment analysis approach. Sustainable Production and Consumption Volume 26:588-596

Fathi B & Zeinalzadeh R (2020) Measuring the efficiency of Iranian electricity distribution companies, a combined approach to bargaining game with DEA. Journal of Energy Planning and Policy Research 6(2):57-83 (In Persian)

Fathi B & Mahdavi Adeli M (2015) Measuring industrial energy efficiency with CO2 emissions in developing countries using static and dynamic nonparametric models. Quarterly Energy Economics Review 11(46):61-87 (In Persian)

Fathi B, sajadifar S, & Kiani M (2010) The measuring of the efficiency of water and wastewater company using DEA in Iran (case studt: Markazi Province). Kuala Lumpur, UKM

Friedman L & Sinuany-Stern Z (1997) Scaling units via the canonical correlation analysis in the DEA context. European Journal of Operational Research 100(3):629-637

García-Sánchez IM (2006) Efficiency measurement in Spanish local government: The case of municipal water services. Review of Policy Research 23(2):355–371

Guerrini A, Romano G, & Campedelli B (2013) Economies of scale, scope, and density in the Italian water sector: A two-stage data envelopment analysis approach. Water Resources Management 27(13):4559–4578

Hernández-Chover V, Bellver-Domingo A, and Hernández-Sancho F (2018) Efficiency of wastewater treatment facilities: The influence of scale economies. Journal of Environmental Management 228:77–84

Jafari S A (2005) Water market approaches and its requirements. Irainian Journal of Agricultural Economics and Development 48:75-104 (In Persian)

Jin J, Zhou D, and Zhou P (2014) Measuring environmental performance with stochastic environmental DEA: The case of APEC economies. Economic Modelling 38:80–86

Khodabakhshi M & Asgharian M (2009) An input relaxation measure of efficiency in stochastic data envelopment analysis. Applied Mathematical Modelling 33:2010–2023

Khodaparast mashhadi M, Fotros M & Fathi B (2015) An Analysis of cost function two-product firm: Case Study Water and Wastewater Company, Markazi Province. Journal of Applied Economics Studies in Iran 4(14):193-217 (In Persian)

Mahmoudi MJ, Fathi B, Sajadifar H, & Shahsavari A (2012) Measuring efficiency of water and wastewater company: A DEA approach. Research Journal of Applied Sciences, Engineering, and Technology 4(12):1642-1648

Mehregan N, Garavand S, Sadegh H, & Malekshahi M (2013) Evaluation of electricity efficiency in energy industries in Iran using DEA method. First National Conference Clean Energy, Hamadan (In Persian)

Molinos-Senante M & Sala-Garrido R (2017) Decomposition of productivity growth of water and sewerage companies: An empirical approach for Chile. Water Resoure Management 31:4309-4321

Molinos-Senante M, Maziotis A, Sala-Garrido R (2014) The Luenberger productivity indicator in the water industry: An empirical analysis for England and Wales. Utilities Policy 30:18–28

Molinos-Senante M, Donoso G, & Sala-Garrido R (2016) Assessing the efficiency of Chilean water and sewerage companies accounting for uncertainty. Environmental Science & Policy 61:116–123

Morita H & Seiford LM (1999) Characteristics on stochastic DEA efficiency. Journal of Operational Research Japan 42(4):389–404

Poshtvan H (2007) Water management in the 21st century. World Water Vision, Asia

Rezaee J, Eydmohammadzadeh H, Faghihnasiri M, & Garshasbi A (2010) Evaluating the water and wastewater enterprises in provincial water sector using mathematical programming model. Journal of Iran-Water Resources Research 6(2):74-82 (In Persian)

Sajjadifar S, Pakrouh Shahin, Ghane A, & Fathi B (2017) Effective drinking water pricing: A case study of Arak City. Journal of Water and Wastewater 28(1):95-103 (In Persian)

Sala-Garrido R, Hernández-Sancho F, & Molinos-Senante M (2012) Assessing the efficiency of wastewater treatment plants in an uncertain context: A DEA with tolerances approach. Environmental Science & Policy 18:34–44

Sexton T R, Silkman R H, & Hogan A J (1986) Measuring efficiency: An assessment of data envelopment analysis. In: Silkman, R.H. (Ed.), Jossey-Bass, SanFransisco (CA), 73–105

Sharghi A (2005) Water and legislation. Environment Sciences Research Institute, Shahid Beheshti University 2(8):75-84 (In Persian)

Simar L & Wilson P W (2007) Estimation and inference in two-stage, semiparametric models of production processes. Journal of Econometrics 136(1):31–64

Storto C (2018) Efficiency, conflicting goals and trade-offs: A nonparametric analysis of the water and wastewater service industry in Italy. Sustainability 10(4):919