تحقیقات منابع آب ایران
Iran-Water Resources Research

سال چهارم، شماره ۲، پائیز ۱۳۸۷
Volume 4, No. 2, Fall 2008 (IR-WRR)
۱-۱۳

# یک الگوریتم جدید در تصمیم‌گیری گروهی فازی بر مبنای توافق گروهی؛ مطالعه کاربردی: مدیریت منابع آبهای زیرزمینی

حجت میان‌آبادی [۱] و عباس افشار [۲]

## چکیده

تصمیم‌گیری یک امر ضروری در بسیاری از زمینه‌ها از جمله: مالی، مهندسی، پزشکی و ... است. تصمیم‌گیری چند معیاره و تصمیم‌گیری گروهی دو روش قوی و پرکاربرد برای حل مسائل تصمیم‌گیری و انتخاب بهترین گزینه از بین گزینه‌های موجود است. تصمیم‌گیری گروهی نظر شرکت‌کننده‌های مختلف را اخذ و این نظرات را برای رسیدن به یک اجماع گروهی مناسب با یکدیگر تجمیع می‌کند.

در این مقاله ضمن بررسی تصمیم‌گیری گروهی فازی، یک الگوریتم جدید جهت تصمیم‌گیری گروهی فازی بر مبنای توافق گروهی ارائه می‌گردد. با استفاده از این الگوریتم تصمیم‌گیران قادرند نظرات و ارزیابی‌های خود از گزینه‌ها و همچنین اهمیت شاخص‌ها را به چهار صورت مختلف: ۱- رتبه‌بندی گزینه‌ها ۲- رابطه اولویت فازی ۳-رابطه اولویت چندگانه ۴- تابع مطلوبیت ارائه نمایند. در این الگوریتم، نظرات مختلف شرکت‌کنندگان پس از همگن‌سازی، با استفاده از یک عملگر تجمیعی با یکدیگر تجمیع شده و پس از برآورد میزان توافق گروهی، گزینه برتر انتخاب می‌گردد. علاوه براین، تصمیم‌گیران قادرند نظرات و ارزیابی‌های خود از گزینه‌ها و اهمیت شاخص‌ها را در هر مرحله تا رسیدن به توافق گروهی مناسب، مورد بازنگری و اصلاح قرار داده و تصمیم نهایی را بر اساس توافق گروهی بین کلیه اعضاء انتخاب نمایند. کارائی این الگوریتم در مدیریت و برنامه‌ریزی منابع آب، با استفاده از یک مطالعه کاربردی در انتخاب بهترین گزینه از بین ۱۳ گزینه، برای تأمین آب یک منطقه با استفاده از منابع آبهای زیرزمینی مورد بررسی قرار گرفته است. کاربرد الگوریتم مزبور در اولویت بندی ۱۳ گزینه استحصال منابع آب زیرزمینی نشان داد که با تعامل بین تصمیم‌گیران و بازنگری تصمیم‌گیران با کمترین درجه توافق، می‌توان به یک تصمیم جمعی با درجه توافق معقول و از پیش تعیین شده دست یافت.

***کلمات کلیدی:*** تصمیم‌گیری گروهی فازی، توافق گروهی، مدیریت منابع آبهای زیرزمینی، عملگر تجمیعی OWA.

تاریخ دریافت مقاله: ۱۷ آذر ۱۳۸۵
تاریخ پذیرش مقاله: ۲۱ مهر ۱۳۸۷

۱- کارشناس ارشد، دانشکده عمران، دانشگاه علم و صنعت.
۲- استاد، دانشکده عمران، دانشگاه علم و صنعت.

# A New Consensus-based Fuzzy Group Decision-Making Algorithm
# Case Study: Groundwater Resource Management

*H. Mianabadi [1] and A. Afshar [2]*

## Abstract

Decision-making is an essential process in many financial, engineering, and medical fields. Multi Criteria Decision Making (MCDM) and Group Decision-Making (GDM) are among well practiced approaches in solving decision making problems. Group Decision-Making basically combines professional judgments into a coherent group decision.

This paper surveys Fuzzy Group Decision Making (FGDM) and develops a new consensus-based fuzzy group decision making algorithm. Decision Makers (DMs) may express their opinions about alternatives and importance of each criterion in four different formats as follow: (1) preference ordering, (2) utility values, (3) fuzzy preference relations; and (4) multiplicative preference relations. In this proposed algorithm, unifying the evaluations of each expert, results in an aggregated score for each alternative. The third step is to rank the linguistic labels or fuzzy sets and select the preferred alternatives based on this sorting. Finally, the decision manager assesses the consensus level and the individual contribution to the group decision and selects the final solution. To illustrate the application of the model in the real decision making processes, this algorithm is used to a groundwater development project to select the most preference alternative for a regional water supply system. Results indicate that the proposed Fuzzy Group Decision Making approach is a relevant approach to aggregate the individual expert's opinion in order to reach a reasonable and determinate consensus level among DMs .

***Keywords:*** Fuzzy Group Decision Making, Consensus, Groundwater resource management, OWA aggregation operator.

1- Dept. of Civil Engineering, Iran Univ. of Science and Technology, E-mail: hmianabadi@ civileng.iust.ac.ir.
2- Professor, Dept. of Civil Engineering, Iran Univ. of Science and Technology,. E-mail: a_afshar@iust.ac.ir

## ۱- مقدمه

تصمیم‌گیری چند معیاره (MCDM)[1] و تصمیم‌گیری گروهی (GDM)[2] دو روش قوی و پرکاربرد برای حل مسائل تصمیم‌گیری و انتخاب گزینه مطلوبتر از بین گزینه‌های موجود هستند. کاربرد متعدد تصمیم‌گیری‌های چند معیاره (MCDM) نشان از قابلیت و توانائی آنها در فرآیند تصمیم‌گیری برای برنامه ریزی و مدیریت منابع آب دارد (Abrishamchi et al, 2005).

درک و فهم بهتر از مسأله، دانش گسترده‌تر گروه تصمیم‌گیر (DM)[3] و خلاقیت بیشتر در کار گروهی را می‌توان از مزایای تصمیم‌گیری گروهی در مقابل MCDM دانست (Chen, 2005; Choudhurya et al, 2005). از این رو محققان مختلفی فعالیت خود را متوجه افزایش کارایی تصمیم‌گیری گروهی (GDM) نموده‌اند (Herrera, 1996a; Fedrizzi, 1995; Chen, 2005; Robertson, 2002; Ng and Abramson,1992).

بطور کلی سه روش اساسی برای دستیابی به تصمیم‌گیری گروهی وجود دارد (Hwang and Lin, 1987):

(۱) *نظریه بازیها*[4]: که برپایه ایجاد یک تضاد یا رقابت بین تصمیم‌گیران استوار است.

(۲) *نظریه انتخاب اجتماعی*[5]: در این روش از مکانیزم رای‌گیری استفاده شده و به اکثریت اجازه انتخاب داده می‌شود.

(۳) *تصمیم گروهی با استفاده از نظر شرکت کنندگان*[6]: این روش اقدام به تجمیع نظرات شرکت‌کننده‌ها، به صورت یک نظر و موقعیت منسجم و منصفانه گروهی می‌نماید.

در این مقاله ضمن بررسی اجمالی تصمیم‌گیری گروهی فازی، یک الگوریتم جدید جهت تصمیم‌گیری گروهی فازی مبتنی بر توافق گروهی ارائه می‌گردد در الگوریتم پیشنهادی، تصمیم‌گیران قادرند نظرات و ارزیابی‌های خود از گزینه‌ها و همچنین اهمیت شاخص‌ها را به چهار صورت مختلف: ۱- رتبه‌بندی گزینه‌ها ۲- رابطه اولویت فازی ۳-رابطه اولویت چندگانه و ۴- تابع مطلوبیت ارائه نمایند که این مسأله آزادی عمل بیشتری به آنان جهت ارزیابی گزینه‌ها و شاخص‌ها ارائه می‌دهد. علاوه براین، تصمیم‌گیران قادرند نظرات و ارزیابی‌های خود از گزینه‌ها و اهمیت شاخص‌ها را در هر مرحله، مورد بازنگری و اصلاح قرار داده و تصمیم نهایی را بر اساس رضایت و توافق‌گروهی بین کلیه اعضاء انتخاب نمایند. در این الگوریتم، نظرات مختلف شرکت‌کنندگان پس از همگن‌سازی، با یکدیگر تجمیع شده و پس از برآورد و دستیابی به توافق گروهی موردنظر، گزینه برتر انتخاب می‌گردد. کارائی و کاربرد الگوریتم پیشنهادی در مدیریت و برنامه‌ریزی منابع آب، با استفاده از یک مطالعه کاربردی در انتخاب بهترین گزینه از بین ۱۳ گزینه، برای تأمین آب یک منطقه با استفاده از منابع آبهای زیرزمینی مورد بررسی قرار می‌گیرد. بدین ترتیب در بخش ۲، یک پس زمینه از روشهای موجود در تصمیم‌گیری گروهی بر مبنای توافق گروهی ارائه شده است. در بخش ۳، روش دستیابی به توافق گروهی و انتخاب بهترین گزینه، به صورت یک الگوریتم پیشنهادی معرفی می‌شود. در بخش ۴، کاربرد و کارائی الگوریتم پیشنهادی در برنامه‌ریزی و تأمین منابع آب، با استفاده از یک مطالعه کاربردی بررسی می‌گردد. در این بخش، پس از معرفی مطالعه کاربردی مورد نظر، مسأله مذکور با توجه به الگوریتم معرفی شده، حل گردیده و گزینه نهایی برای تأمین آب انتخاب می‌شود. در بخش آخر نیز، نتایج بدست آمده از این مطالعه بررسی و ارائه می‌گردد.

## ۲- متدولوژی

هدف نهایی در تصمیم‌گیری گروهی، رسیدن به توافق گروهی است (Kacprzyk et al, 1992). روشهای کسب توافق گروهی عموماً به دو دسته تقسیم بندی می‌شوند (Chen, 2005): ۱- توافق گروهی، که در آن تجمیع نظرات به صورت ریاضی انجام می پذیرد. در این توافق شرکت‌کننده‌ها ملزم نیستند که نظراتشان را همگرا نمایند و در بیشتر مواقع، توافق گروهی با تغییر در وزن شرکت‌کننده‌ها صورت می‌پذیرد (Chen, 2005; Ben-Arieh and Chen, 2004). ۲- توافق گروهی که در آن، شرکت‌کننده‌ها به اصلاح نظراتشان برای دستیابی به یک توافق نزدیک تشویق می‌شوند (Xu and Chen, 2006; Xu, 2004). در برخی مواقع به دلیل فشار زمانی، کمبود دانش و دقت و توانایی محدود تصمیم‌گیر در پردازش اطلاعات، نمی‌توان مقادیر دقیق برخی از معیارهای سنجش، بویژه معیارهای کیفی را ارزیابی کرد. از اینرو لازم است که تصمیم‌گیر ارزیابی‌های خود از گزینه‌ها را بصورت فازی ارائه نماید (Xu, 2006).

در یک محیط فازی، یک مسأله تصمیم‌گیری گروهی برمبنای توافق گروهی، در چهار مرحله حل می‌گردد (Herrera et al, 1966b): ۱- ابتدا پس از ارزیابی تصمیم‌گیران از گزینه‌ها، باید ارزیابی کلیه تصمیم‌گیران متحدالشکل و همگن گردند ۲- در مرحله دوم، نظر کلیه اعضاء گروه، برای بدست آوردن ارزش نهایی هر گزینه با یکدیگر تجمیع می‌گردد. ۳- در مرحله سوم، گزینه‌های موجود براساس ارزش نهایی و تجمیعی آنها رتبه‌بندی شده و گزینه برتر براساس این رتبه‌بندی انتخاب می‌گردد. ۴- در نهایت در مرحله چهارم،

میزان توافق گروهی و همکاری فردی اعضای گروه سنجیده شده و مورد ارزیابی قرار می‌گیرد. اگر میزان توافق گروهی از حداقل سطح لازم برای توافق گروهی که توسط مدیر گروه مشخص می‌گردد بیشتر بود، تصمیم‌گیری پایان یافته و گزینه انتخاب شده به اطلاع کلیه شرکت‌کنندگان می‌رسد. در غیر این صورت، افرادی که بیشترین اختلاف را با نظر تجمیع شده گروه دارند باید نظر خود را برای رسیدن به توافق گروهی، اصلاح نمایند. فرآیند تصمیم‌گیری گروهی فازی در شکل ۱ نشان داده شده است.

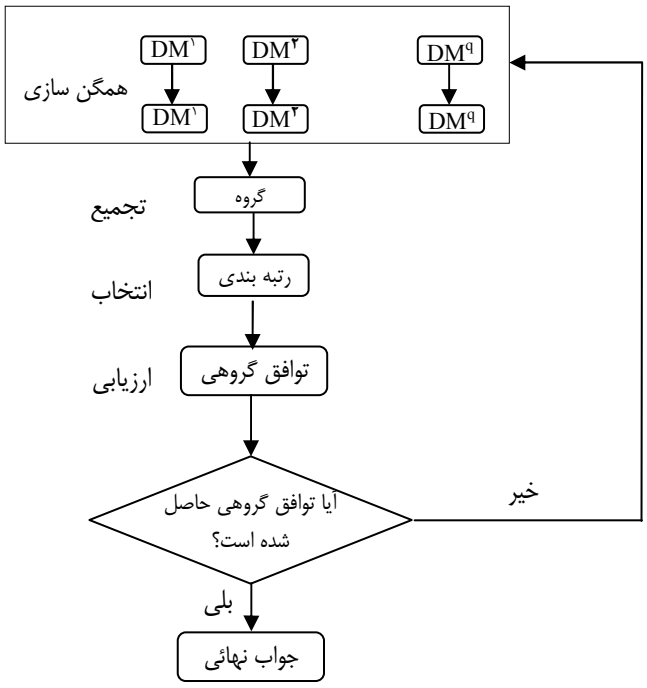
## ۲-۱- ارزیابی و همگن کردن نظر تصمیم‌گیران

به علت تفاوت در دیدگاه، انگیزه، شخصیت وگرایش هر تصمیم‌گیر، هر یک از آنها ممکن است نظر خود را در مورد اولویت و اهمیت گزینه‌ها به صورت متفاوت ارائه دهند. هررا و همکاران چهار روش را برای ارزیابی گزینه‌ها توسط شرکت‌کننده‌ها معرفی کردند: ۱- اولویت بندی گزینه‌ها ۲- میزان مطلوبیت ۳- رابطه اولویت فازی ۴- رابطه اولویت چندگانه(Herrera et al, 2002) . هریک از روشهای فوق می‌توانند با استفاده از توابع تبدیل مناسب، به صورتهای دیگر تبدیل شوند (Chiclana et al, 2001; Chiclana et al,1998). در این مقاله، از رابطه اولویت فازی، برای همگن کردن نظرات استفاده شده است. علت استفاده از روابط اولویت فازی، وارد کردن عدم قطعیت در اظهارنظرهای تصمیم‌گیران است (Zadrozny, 1997). علاوه بر این، تصمیم‌گیری در زمانی که اطلاعات موجود ناقص یا مبهم هستند دشوار است. قبل از انجام مرحله تجمیع، باید نظر تمام شرکت کنندگان همگن شود.

## ۲-۲- تجمیع نظرات

تجمیع، دومین و مهمترین مرحله در فرآیند تصمیم‌گیری گروهی است (Chen, 2005).

در این مرحله، نظر کلیه اعضاء گروه برای دستیابی به رتبه‌بندی نهایی گزینه‌ها با یکدیگر تجمیع می‌گردد. عملگر تجمیعی F، یک نگاشت از $X^n = (x_1,...,x_n)$ با n بعد به یک بعد از X است: $X^n \to X$. برداری ورودی $X^n$ و نتیجه خروجی X، می‌توانند متغیرهای زبانی و یا اعداد گسسته باشند. عملگرهای تجمیع متعددی برای تجمیع نظرات شرکت‌کنندگان وجود دارد که از آن جمله می‌توان به عملگرهای تجمیعی میانگین‌گیری (Marichal, 1999; Bullen et al, 1988)، میانه وزن‌دهی‌شده (Yager, 1994a)، انتگرال Sugeno (Pasi and Yager, 2006; Sugeno, 1974)، رتبه‌بندی Leximin (Zadeh, 1983; Dubois et al, 1996)، عملگر تجمیعی میانگین وزنی مرتب شده (OWA)[۷] (Yager, 1994b; Yager, 1993; Yager, 1988) و یا برخی عملگرهای ابتکاری (Chen and Hwang, 1989; Cheng, 1999; Smolíková and Regan et al, 2005) اشاره کرد. هر یک از عملگرهای فوق دارای خصوصیات و ویژگی‌های خاص می‌باشند که بطور خلاصه عبارتند از:




**شکل ۱- فرآیند تصمیم‌گیری گروهی فازی (Chen, 2005)**

- عملگر میانه وزن دهی شده: این عملگر انعطاف پذیری کمتری نسبت به عملگر OWA در اقناع شاخص‌های مختلف دارد. عملگر OWA می‌تواند به صورت تحلیلی تعیین شود اما عملگر میانه وزن‌دهی شده بصورت عددی محاسبه می‌گردد. به علت غیرخطی بودن این عملگر، در بعضی مواقع تعیین وزن‌های عملگر به منظور دستیابی به اوزان اصلی مشکل می‌باشد.
- عملگر میانگین شبه حسابی: اگرچه محاسبه این عملگرها ساده می‌باشد ولی آنها نمی‌توانند اندرکنش‌های مثبت و منفی بین شاخص‌ها را مدل نمایند. اما عملگرهای OWA انعطاف پذیر بوده و توانایی تبادل بین اهداف متضاد را دارا هستند.
- انتگرال Sugeno : انتگرال Sugeno دارای خاصیت غیرخطی بوده و در تجمیع اطلاعات غیراصلی شامل مقادیر مرتب شده و رتبه‌بندی‌ها مفید می‌باشد. علاوه‌بر این، محاسبه این عملگر زمانی که به هر یک از دسته‌بندی‌ها، یک مقدار فازی اختصاص یابد آسان است هرچند که در اغلب مواقع تعیین این مقادیر براساس اهداف اصلی مشکل می‌باشد.
- رتبه بندیLeximin: رتبه بندی Leximin می‌تواند در مسائل چند مرحله‌ای که بهترین جواب از مراحل قبلی بدست می‌آید بکار برده شود. در بعضی مواقع ارزش‌های بدست آمده از روش Leximin، با بیشترین ارزش‌هایی که بصورت عددی بدست آمده‌اند تفاوت دارند.

به علت انعطاف‌پذیری زیاد و توانایی تبادل و اندرکنش بین اهداف متضاد، در این مقاله از عملگر میانگین وزن مرتب شده (OWA) جهت تجمیع داده‌ها استفاده گردیده است. جزئیات مربوط به عملگر OWA در پیوست (الف) ارائه شده است.

روش تحلیل سلسله مراتبی (AHP)[8] یکی از روش‌های تصمیم‌گیری است که با تقسیم مسأله تصمیم‌گیری به سطوح مختلف: هدف، معیار و زیرمعیارها و انجام مقایسه زوجی بین آنها، انتخاب بهترین گزینه از بین گزینه‌های موجود را برای تصمیم‌گیر آسان می‌نماید. هرچند که روش AHP یکی از رایج‌ترین و پرکاربردترین روشهای تصمیم‌گیری در دهه‌های اخیر بوده است (Pohekar and Ramachandran; 2004) اما این روش دارای محدودیت‌هایی است که سبب توسعه و ایجاد روشهای جدیدی همچون روش تحلیل شبکه‌ای (ANP)[9] شده‌است. برخی از مهمترین محدودیت‌های این روش عبارتند از: روش AHP فرض می‌کند هر لایه فقط با لایه بالایی ارتباط خطی دارد؛ درحالی که ممکن است در مسائل واقعی اینگونه نبوده و ارتباط بین لایه‌ها غیرخطی باشد. در مسایلی که تعداد زیادی معیار در مساله MADM وجود دارد، تعیین و تشکیل ماتریس مقایسات زوجی برای تعیین اهمیت نسبی شاخص‌ها بسیار وقت‌گیر است. فرض اساسی در روش AHP آنست که مسأله مورد نظر دارای ساختار رده‌ای می‌باشد. در حالیکه بسیاری از مسایل تصمیم‌گیری فاقد ساختار رده‌ای بوده و نمی‌توان یک سیستم رده‌ای برای آنان درنظر گرفت. علاوه براین، بسیاری از مسایل تصمیم‌گیری با ساختار رده‌ای نیز فاقد استقلال خطی بوده و دارای سیستم بازخور متقابل می‌باشند که روش AHP نمی‌تواند جواب‌های با دقت مناسب برای این مسایل تولید کند.

یکی از مسائل مهم در تصمیم‌گیری گروهی، تعریف یک استراتژی تصمیم است که نظرات فردی تصمیم‌گیران را برای رسیدن به یک نظر گروهی ارزیابی کند. مفهوم "اکثریت" نقش مهمی در این زمینه بازی می‌کند. کاهش مقادیر فردی به یک مقدار تجمیع شده (که آنرا "نظر اکثریت" می‌نامیم) همیشه به وسیله یک فرآیند تجمیع صورت می‌گیرد. در تصمیم‌گیری گروهی، برای تعیین یک استراتژی ترکیب، برای هدایت فرآیند تجمیع نظرات اعضاء، از کمیت‌سنج‌های زبانی استفاده می‌شود (Pasi and Yager, 2006). مفهوم کمیت‌سنج‌های زبانی بوسیله "لطفی‌زاده" در سال ۱۹۸۳ معرفی گردید (Zadeh, 1983). مفهوم کمیت‌سنج‌های فازی برای ترجمه خصوصیات زبان محاوره‌ای به عبارات ریاضی رسمی به کار می روند که باعث فرمول بندی تصمیم‌گیری چند معیاره و توابع ارزیابی آنها می‌گردند (Malczewski and Rinner, 2005).

دو نوع کمیت‌سنج کلی وجود دارد: کمیت‌سنج‌های مطلق و کمیت‌سنج‌های نسبی (Malczewski and Rinner, 2005; Yager, 1996).

کمیت‌سنج‌های مطلق همچون "نزدیک به ۷"، "بیشتر از ۱۰" بصورت زیرمجموعه‌های فازی با تابع عضویت $\mu_Q : R^+ \to [0,1], \forall x \in R^+$ تعریف می‌شوند که $\mu_Q(x)$، میزان درجه‌ای را نشان می‌دهد که مقدار x مفهوم Q را ارضاء می‌کند. کمیت‌سنج‌های نسبی همچون "بیشترین"، "نیمی از"، "نزدیک به ۷۰٪" بصورت زیر مجموعه‌های فازی با بازه واحد $\mu_Q : [0,1] \to [0,1], \forall x \in [0,1]$ تعریف می‌شوند که $\mu_Q(x)$، بیانگر میزان درجه ای است که نسبت x مفهوم Q را ارضاء می‌کند که برای سادگی بصورت $Q(x)$ نمایش داده می‌شود.

کمیت‌سنج‌های زبانی فازی بصورت بازه $(a\ ,\ b)$ نشان داده می‌شوند. رایج‌ترین کمیت‌سنج‌های زبانی فازی که در محاسبه بردار وزن به کار برده می‌شوند،کمیت‌سنج‌های «بیشترین»، «حداقل نیمی»، « تا حد

ممکن» می‌باشند که بازه آنها به ترتیب (۰/۸و ۰/۳) و (۰/۵و ۰) و (۱و ۰/۵) می‌باشد (Choudhurya et al, 2005). کمیت‌سنج‌های زبانی که مفهوم اکثریت فازی را منعکس می کنند برای محاسبه بردار وزن عملگر تجمیع استفاده می‌شوند که بصورت زیر محاسبه می‌گردند:

$$Q(x)=\begin{cases}0 & if: \quad x<a\\ \frac{x-a}{b-a} & if: \quad b\le x\le a\\ 1 & if: \quad x>b\end{cases} \qquad (۱)$$

## ۲-۳- مقایسه و انتخاب

هدف تصمیم‌گیری گروهی، انتخاب بهترین گزینه از گزینه‌های موجود است و انتخاب بهترین گزینه، براساس رتبه‌بندی گزینه‌ها از مقادیر تجمیعی آنها بدست می‌آید. براساس نتایج رتبه‌بندی، گزینه‌های برتر انتخاب می‌گردند. هر چند که بیشتر روشهای موجود برای رتبه‌بندی مجموعه‌های فازی، کامل نیستند (Chen, 2005). اما روشهای متعددی برای رتبه‌بندی مجموعه‌های فازی ابداع و پیشنهاد شده است (Lee and Li, 1988; Hwang and Lin,1987; Lee-Kwang and Lee, 1999; Chang and Lee, 1994). روش رتبه‌بندی فازی، در رتبه‌بندی مجموعه‌های فازی و عنوان‌های زبانی به کار می‌رود.

## ۲-۴- محاسبه میزان توافق گروهی

پس از انجام تصمیم‌گیری و انتخاب گزینه برتر، باید میزان توافق گروهی بر روی گزینه انتخاب شده و میزان مشارکت شرکت‌کننده‌ها درفرآیند تصمیم‌گیری ارزیابی شود تا میزان توافق شرکت‌کننده‌ها با نظر تجمیعی مشخص شود. برای این منظور دو پارامتر «اندازه توافق گروهی» و «میزان نزدیکی» برای سنجش همگرائی نظرات گروهی با نظرات فردی تعریف شده است. پارامتر «اندازه توافق گروهی»، «میزان توافق گروهی» تمام اعضا گروه را بر روی گزینه انتخاب شده ارزیابی می‌کند. پارامتر «میزان نزدیکی»، میزان نزدیکی نظر هر تصمیم‌گیر به نظر نهایی گروه را ارزیابی می‌کند. اگر «اندازه توافق گروهی (GC)» بیشتر از «سطح توافق گروهی لازم (CL)» –که توسط مدیر گروه تعیین می‌شود– باشد، فرایند حل پایان یافته و جواب نهایی بدست آمده است. در غیر این صورت تصمیم‌گیرانی که بیشترین اختلاف را با نظر تجمیعی گروه دارند، نظر خود را در یک فرآیند رفت و برگشتی اصلاح می‌نمایند. دو روش کلی برای محاسبه میزان توافق گروهی وجود دارد (Bordogna et al, 1997): میزان توافق گروهی سخت[۱۰] و میزان توافق گروهی نرم[۱۱]. در این مقاله، برای محاسبه میزان توافق گروهی از روش میزان فاصله نظر فرد با نظر گروه با استفاده از روش برنامه‌ریزی سازشی استفاده شده است. در این روش ارزش هرگزینه با توجه به فاصله آن گزینه از گزینه ایده‌آل با استفاده از رابطه زیر تعیین می‌گردد:

$$L_P(x_i)=\frac{f^*(x_i)-f(x_i)}{f^*(x_i)-f_*(x_i)} \qquad (۲)$$

که $L_P(x_i)$ میزان فاصله گزینه $x_i$ از گزینه ایده‌آل، $f(x_i)$ ارزش گزینه $x_i$ و متغیرهای $f^*(x_i)$ و $f_*(x_i)$ بترتیب مقدار ارزش گزینه ایده‌آل و گزینه غیرایده‌آل می‌باشند.

علاوه بر دو پارامتر فوق، پارامتر «حداکثر تعداد مراحل» اصلاح نظر تصمیم‌گیران، نیز در مدل توافق گروهی تعریف می‌شود تا از تأخیر در همگرا شدن جواب تجمیعی، بعد از چندین مرحله بحث جلوگیری کند. به بیان دیگر، مفهوم «حداکثر تعداد مراحل» از مذاکره بی حد با شرکت‌کنندگان برای رسیدن به توافق گروهی جلوگیری می‌کند (Bryson,1996).

در تمامی مراحل تصمیم‌گیری گروهی، فرض می‌شود که هیچ یک از شرکت‌کننده‌ها از نظر سایر شرکت کنندگان و جواب گروهی موقت بدست آمده در هر مرحله آگاهی نداشته و جواب نهایی پس از حصول توافق گروهی مناسب به اطلاع شرکت کنندگان می‌رسد.

## ۳- الگوریتم پیشنهادی

در این بخش فرآیند تصمیم‌گیری گروهی فازی، به صورت یک الگوریتم ارائه می‌شود. ساختار کلی الگوریتم پیشنهادی در شکل (۲) در ۱۶ گام محاسبات ارائه شده است. همانطور که از ساختار کلی الگوریتم مشهود است در گام اول، ارزیابی گزینه‌ها توسط شرکت‌کننده‌ها انجام می‌شود. در این ارزیابی، اولویت بندی گزینه‌ها به صورت $O_s^i$ نشان داده می‌شود که بیانگر رتبه گزینه $x_s$در مجموعه گزینه‌ها از نظر تصمیم‌گیرi ام است. نمایش رابطه اولویت فازی بصورت $k_{sm}^i$ می‌باشد، که $k_{sm}{}^i \subset X*X$ و با تابع عضویت $\mu_{k^i}(x_s,x_m)=k_{sm}^i$ است که: $X=\{x_1,...,x_n\}$ مجموعه‌ای از گزینه‌ها است. $k_{sm}^i$ بیانگر میزان اولویت فازی گزینه $x_s$ بر گزینه $x_m$ از نظر تصمیم‌گیر iام می‌باشد. رابطه اولویت چندگانه بصورت $A^i$ نمایش داده می‌شودکه: $A^i \subset X*X$ و $A^i=a_{sm}^i$ و $a_{sm}^i$ میزان ارجحیت گزینه $x_s$ بر $x_m$ از نظر تصمیم‌گیر iام است. این نسبت در مقیاس ۱ تا ۹ قرار می‌گیرد. تابع مطلوبیت بصورت $U^i$ نشان داده می‌شود که $DM^i$ اولویت‌های خود را برروی $X$ به صورت یک مجموعه از $n$ مقدار مطلوبیت ارائه می‌کند:

$U^i=\{u_s^i; s=1,..,n\}$ , $u_s^i \in [0,1]$ ، $u_s^i$ میزان مطلوبیت گزینه $x_s$ از نظر تصمیم‌گیرi ام می‌باشد.

در گام دوم، اطلاعات اخذ شده از تصمیم‌گیران با استفاده از توابع تبدیل زیر به صورت رابطه اولویت فازی تبدیل می‌شود.

$$K^i_{sm} = \frac{(u^i_s)^2}{(u^i_s)^2 + (u^i_m)^2} \quad (۳)$$

$$K^i_{sm} = \frac{1}{2}(1 + \frac{o^i_m - o^i_s}{n-1}) \quad (۴)$$

$$K^i_{sm} = \frac{1}{2}(1 + \log_9 a^i_{sm}) \quad (۵)$$

که در آن $k^i_{sm}$ میزان اولویت فازی گزینه $x_s$ بر گزینه $x_m$ از نظر تصمیم‌گیر iام و $u^i_s$ میزان مطلوبیت گزینه $x_s$ از نظر تصمیم‌گیر i ام و $o^i_s$ بیانگر رتبه گزینه $x_s$ در مجموعه گزینه‌ها از نظر تصمیم‌گیر i ام و $a^i_{sm}$ میزان ارجحیت گزینه $x_s$ بر $x_m$ از نظر تصمیم‌گیر iام می‌باشند.

در گام سوم، روابط اولویت فازی ارزیابی شده، با استفاده از عملگر OWA با یکدیگر تجمیع می‌شود.

$$k_{s,m} = \Phi_Q(k^1_{sm},...,k^m_{sm}) = \sum_{i=1}^{m} w_i . k^i_{sm} \quad (۶)$$

که در آن $k_{sm}$، میزان اولویت فازی گزینه $x_s$ بر گزینه $x_m$ از نظرگروه می‌باشد. $Q$ نیز یک کمیت‌سنج زبانی فازی است که برای نمایش مفهوم اکثریت فازی و محاسبه بردار وزن عملگر تجمیع بکار می‌رود. در این مقاله از کمیت‌سنج زبانی" بیشترین" استفاده شده است که با بازه (۰/۸، ۰/۳) تعریف می‌گردد.

در گام چهارم، درجه تسلط کمیت‌سنج هدایت شده ($QGDD$)[۱۲] گزینه $x_i$ در مجموعه جواب هر یک از شرکت‌کنندگان و همچنین جواب گروهی محاسبه می‌شود. کمیت‌سنج هدایت شده، میزان تسلط و ارزش گزینه $x_i$ را بر سایر گزینه‌های مجموعه محاسبه می‌کند.

$$QGDD_i = P^q(x_i) = \Phi_Q(k^q{}_{i1},...,k^q{}_{in}) = \sum_{j=1}^{n} w_j . k^q{}_{ij} \quad (۷)$$

که در آن $P^q(x_i)$ میزان تسلط گزینه $x_i$ برسایر گزینه‌ها از نظر تصمیم‌گیر qام است.

در گام پنجم، فاصله نظر فرد از نظر گروه به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$S_q(C_i) = \left| P^q(x_i) - P^g(x_i) \right| \quad (۸)$$

که در آن $S_q(C_i)$ شاخص نزدیکی نظر فرد به نظر گروه را نشان می‌دهد و $P^q(x_i)$ ارزش گزینه $x_i$ از نظر تصمیم‌گیر qام و $P^g(x_i)$ ارزش گزینه $x_i$ از نظر گروه را نشان می‌دهند.

در گام ششم، $S(C_i)^{pis}$، کمترین اختلاف نظر با نظر گروه و $S(C_i)^{Nis}$، بیشترین مقدار اختلاف نظرافراد با نظر گروه برای هر یک از گزینه‌ها محاسبه می‌شود.

در گام هفتم، میانگین تجمیعی عدم توافق بر روی هر گزینه ($CM(C_i)$) و عدم توافق بر روی کلیه گزینه‌ها ($CM(C)$) از روابط زیر محاسبه می‌شود:

(۹)

$$CM(C_i) = \Phi_Q(S_1(C_i),..., S_m(C_i)) = \sum_{j=1}^{m} w_j . S_j(C_i)$$

$$CM(C) = \Phi_Q(CM(C_1),..., CM(C_n)) = \sum_{i=1}^{n} w_i . CM(C_i) \quad (۱۰)$$

در گام هشتم، میزان توافق گروهی بر روی هر گزینه بصورت زیر حاصل می‌شود:

$$GC(C_i) = 1 - \left| \frac{CM(C_i) - S(C_i)^{pis}}{S(C_i)^{pis} - S(C_i)^{Nis}} \right| \quad (۱۱)$$

در گام نهم، میانگین کمترین عدم توافق گروهی بر روی کلیه گزینه‌ها ((GSCL(C)) و بیشترین عدم توافق گروهی بر روی کلیه گزینه‌ها ((GWCL(C)) از روابط زیر قابل محاسبه است:

(۱۲)

$$GSCL(C) = \Phi_Q(S(C_1)^{pis},..., S(C_n)^{pis}) = \sum_{i=1}^{n} w_i . S(C_i)^{pis}$$

(۱۳)

$$GWCL(C) = \Phi_Q(S(C_1)^{Nis},..., S(C_n)^{Nis}) = \sum_{i=1}^{n} w_i . S(C_i)^{Nis}$$

در گام دهم، میزان توافق گروهی بر روی کلیه گزینه‌ها نیزبا استفاده از رابطه زیر بدست می‌آید:

$$GC = 1 - \frac{GSCL(C) - CM(C)}{GSCL(C) - GWCL(C)} \quad (۱۴)$$

در این مقاله برای محاسبه میانگین تجمیعی مرحله ۴ تا مرحله ۱۰، از کمیت‌سنج زبانی" تا حد ممکن" با بازه (۱، ۰/۵) استفاده شده است.

در گام یازدهم، درجه نزدیکی تصمیم‌گیر qام با استفاده از عملگر *neat* OWA محاسبه و بصورت $Y_X^q$ نشان داده شده است. میزان نزدیکی هر تصمیم‌گیر به نظر گروه با استفاده از رابطه (۱۷) بدست می‌آید. جزئیات مربوط به عملگر *neat* OWA در پیوست–ب ارائه شده است.

(۱۵)

$$Y_X^q = neat\ OWA\left\{P^q(x_1),...,P^q(x_n)\right\} = \sum_{i=1}^{n} w_i.P^q(x_i)$$

$$Y_X^q = \frac{\sum_{i=1}^{n}\left\{P^q(x_i)\right\}^{\alpha+1}}{\sum_{i=1}^{n}\left\{P^q(x_i)\right\}^{\alpha}} \qquad (۱۶)$$

$$PM_X^q = 1 - \frac{Y_X^q}{\sum_{q=1}^{m} Y_X^q} \qquad (۱۷)$$

α پارامتر تصمیم است که می‌تواند براساس آزمایش محاسبه شده و یا جایگزین درجه *orness* و *andness* عملگر شود. در این مقاله، مقدار α برابر ۰.۸ در نظر گرفته شده است. یعنی برای تجمیع از عملگری استفاده شده که شبیه عملگر *andlike* می‌باشد.

در گام دوازدهم، اگر GC>CL فرآیند حل پایان پذیرفته و مقادیر *QGDDs* بدست آمده در مرحله چهارم به شاخص‌ها و زیرشاخص‌های متناظرشان اعمال می‌شود. این مقادیر بعنوان وزن توافقی شاخص‌ها در محاسبات مورد استفاده قرار می‌گیرند؛ در غیر این‌صورت الگوریتم به گام سیزدهم وارد می‌شود.

در گام سیزدهم، تصمیم‌گیرانی که اندازه نزدیکی آنها ($PM_X^q$) از مقدار مجاز ζ کمتر باشد انتخاب شده و از آنها خواسته می‌شود که نظراتشان را برای رسیدن به توافق گروهی مناسب اصلاح نمایند.

در گام چهاردهم، اگر تعداد مراحل مذاکره از تعداد حداکثر لازم برای مذاکره بیشتر شود، فرآیند مذاکره متوقف شده ومقادیر $QGDD_i$ به شاخص‌ها و زیرشاخص‌های متناظرشان اعمال می‌شود. در غیر اینصورت گام پانزدهم نیز فعال می‌شود. در گام پانزدهم، پس از تغییر نظر افرادی که بیشترین اختلاف را با نظر گروه داشتند، مجدداً تمامی مراحل از گام دوم به بعد تکرار می‌شود و این روند را تا جائیکه GC>CL و یا (تعداد حداکثر مذاکره) < (تعداد مراحل مذاکره) گردد ادامه می دهیم.
در گام شانزدهم، با توجه به اوزان گروهی و توافقی بدست آمده و با استفاده از یکی از روشهای مناسب تصمیم‌گیری چندشاخصه (MADM) گزینه برتر و نهائی انتخاب شده و توسط مدیرگروه به اطلاع تمام شرکت‌کنندگان می‌رسد.

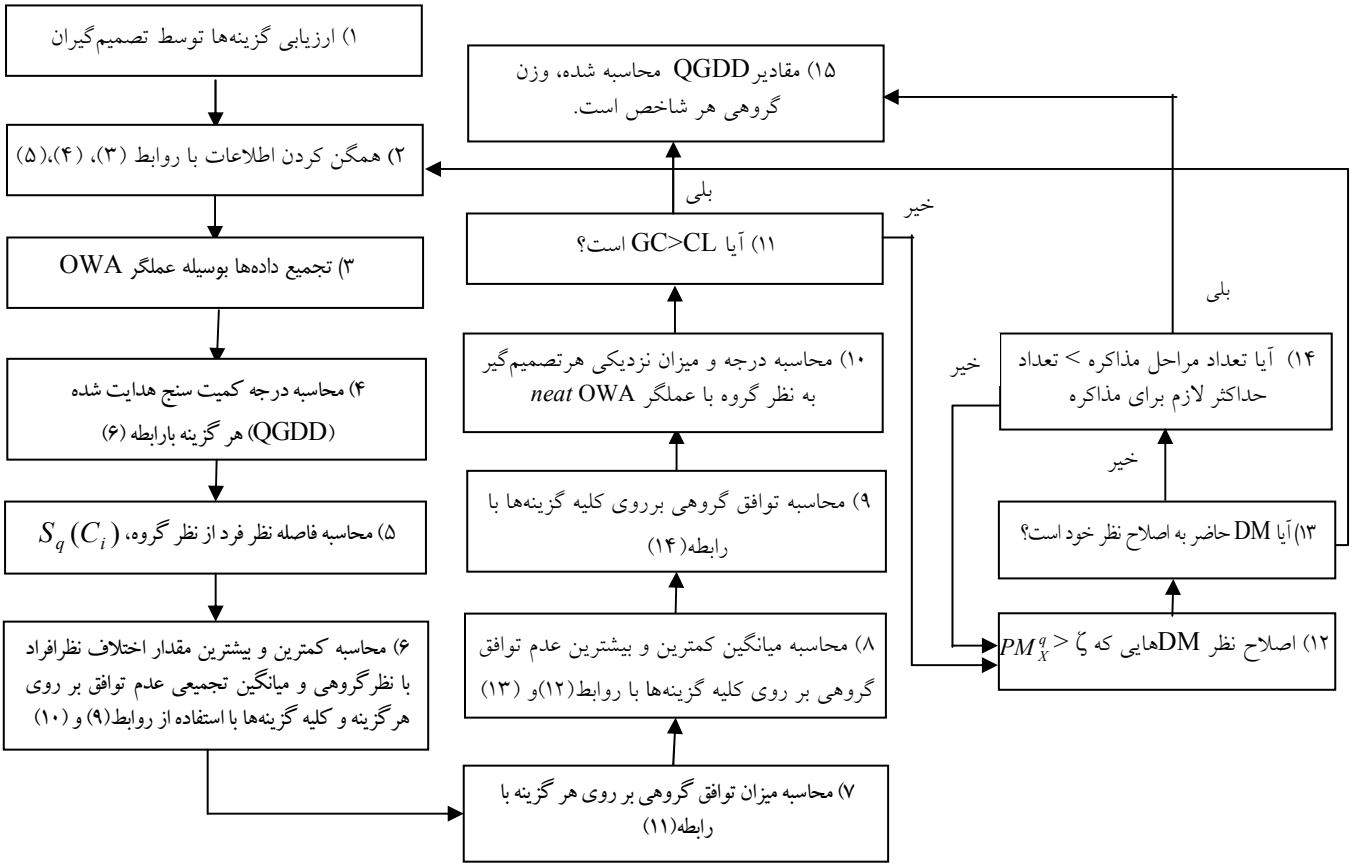
## ۴- مطالعه موردی

مسأله استفاده شده در این مقاله، یک مسأله چند هدفه در مدیریت منابع آب زیرزمینی است که توسط El Magnouni and Treichel (1992) بسط داده شد و Duckstein et al (1994) آنرا برای سه هدف:
۱- بیشینه کردن مقدار برداشت آب، ۲- کمینه کردن هزینه بهره‌برداری شامل هزینه برداشت و ۳- انتقال آب و کمینه کردن ریسک عدم تأمین آب فرمول بندی نموده و مجموعه جوابهای پاراتو و موثر مدل را با استفاده از روشهای تصمیم‌گیری چند معیاره (MCDM) بدست آوردند. پارامترکمینه‌کردن ریسک بصورت میزان درصد عدم تأمین آب در مرحله بهره‌برداری در نظرگرفته شده است.

در مدل مفروض، ابعاد آبخوان ۵۰km و منابع آبهای زیرزمینی در یک لایه واحد قرار گرفته‌اند که با خط لوله به مرکز شهر انتقال می‌یابد. هدف مسأله، پیدا کردن مکانهای مناسب برای حفر چاه برای تأمین آب و همچنین میزان برداشت از هر چاه است به گونه‌ای که علاوه بر تأمین سه هدف ذکر شده، قوانین جریان آبهای زیرزمینی و قیودات هیدرولیکی و همچنین تأمین حداقل نیاز آب مصرفی در مرکز شهر برآورده گردد. این مدل توسط Duckstein et al (1994) حل گردید و۱۳ جواب پاراتو برای آن بدست آمد (جدول ۱). سپس Duckstein و همکاران با استفاده از چهار روش: برنامه‌ریزی سازشی (CP)[۱۳]، ELECTRE III، تئوری میزان مطلوبیت (MUF)[۱۴] و روش UTA[۱۵] بهترین گزینه از بین گزینه‌های موجود را انتخاب نمودند که نتایج آن در جدول ۲ ارائه شده است.

جهت بررسی و مقایسه کارایی الگوریتم معرفی شده نسبت به روشهای رایج تصمیم‌گیری، ۵ شرکت‌کننده فرضی برای انتخاب بهترین گزینه از بین ۱۳ گزینه فوق، که در جدول ۱ نشان داده شده‌اند در نظر گرفته شده‌اند. هر یک از تصمیم‌گیران نظر خود را در مورد اهمیت شاخص‌ها (میزان برداشت آب، هزینه برداشت و انتقال آب و میزان ریسک عدم تأمین آب) به صورت مختلف ارائه کرده‌اند.

تصمیم‌گیر اول نظر خود را بصورت میزان مطلوبیت، تصمیم‌گیر دوم نظر خود را بصورت رابطه اولویت فازی، تصمیم‌گیر سوم نظر خود را بصورت رابطه اولویت چندگانه، تصمیم‌گیر چهارم نظر خود را بصورت میزان مطلوبیت و تصمیم‌گیر پنجم نظر خود را بصورت رتبه‌بندی گزینه‌ها ارائه نموده‌اند.




**شکل ۲- الگوریتم پیشنهادی برای تصمیم‌گیری گروهی فازی.**

**جدول ۱- گزینه‌های موجود برای تأمین آب از منابع زیرزمینی ((Duckstein et al (1994)).**

| گزینه‌ها | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ | ۵ | ۶ | ۷ | ۸ | ۹ | ۱۰ | ۱۱ | ۱۲ | ۱۳ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| میزان پمپاژ $(m^3/s)$ | ۳۲/۱۱ | ۳۶/۸۷ | ۴۱/۳۴ | ۴۴/۸۹ | ۴۴/۸۹ | ۲۷/۲۱ | ۲۲/۳ | ۱۷/۴ | ۱۲/۵ | ۲۷/۲۱ | ۲۲/۳ | ۱۷/۴ | ۱۲/۵ |
| هزینه | ۲۳/۸۹ | ۳۲/۱۳ | ۴۰/۳۷ | ۴۸/۶۱ | ۵۶/۸۵ | ۱۵/۵۶ | ۸/۱۸ | ۴/۵۱ | ۲/۳۹ | ۲۷/۳۱ | ۱۹/۴۵ | ۱۶/۹۷ | ۱۸/۷۵ |
| ریسک عدم تأمین آب(٪) | ۲/۵۲ | ۳/۴۴ | ۴/۳۶ | ۵/۲۷ | ۶/۱۹ | ۳/۴۴ | ۳/۲۳ | ۲/۸ | ۲/۱ | ۰/۴۹۸ | ۰/۲۳۴ | ۰/۱۷۴ | ۰/۱۲۵ |

**جدول ۲- رتبه‌بندی گزینه‌های موجود بر اساس روشهای مختلف ((Duckstein et al (1994)).**

| | گزینه | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ | ۵ | ۶ | ۷ | ۸ | ۹ | ۱۰ | ۱۱ | ۱۲ | ۱۳ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| CP | P=۱ | ۸ | ۱۰ | ۱۱ | ۱۲ | ۱۳ | ۹ | ۷ | ۶ | ۴ | ۳ | ۱ | ۲ | ۵ |
| | P=۲ | ۲ | ۱۰ | ۱۱ | ۱۲ | ۱۳ | ۵ | ۶ | ۷ | ۸ | ۳ | ۱ | ۴ | ۹ |
| | P=∞ | ۱ | ۸ | ۱۱ | ۱۲ | ۱۳ | ۴ | ۲ | ۶ | ۹ | ۵ | ۲ | ۶ | ۹ |
| ELECTRE III | | ۶ | ۲ | ۳ | ۵ | ۷ | ۵ | ۴ | ۳ | ۱ | ۵ | ۱ | ۲ | ۶ |
| MUF | | ۷ | ۱۰ | ۱۱ | ۱۲ | ۱۳ | ۸ | ۶ | ۲ | ۱ | ۵ | ۳ | ۴ | ۹ |
| UTA | | ۸ | ۱۰ | ۱۱ | ۱۲ | ۱۳ | ۹ | ۶ | ۲ | ۱ | ۷ | ۴ | ۳ | ۵ |

$$DM^2\begin{bmatrix} & 1 & 2 & 3 \\ 1 & 0.5 & 0.57 & 0.77 \\ 2 & 0.43 & 0.5 & 0.86 \\ 3 & 0.23 & 0.14 & 0.5 \end{bmatrix},\quad DM^3\begin{bmatrix} & 1 & 2 & 3 \\ 1 & 1 & \frac{4}{5} & 5 \\ 2 & \frac{5}{4} & 1 & 6 \\ 3 & \frac{1}{5} & \frac{1}{6} & 1 \end{bmatrix}$$

$DM^1$ $[0.53, 0.68,\ 0.3]$

$DM^4$ $[0.73, 0.62, 0.19]$

$DM^5$ $[2\ ,\ 1\ \ ,\ 3]$

با استفاده از روابط تبدیل ارائه شده، شکلهای مختلف نظرات ارائه شده توسط تصمیم‌گیران بصورت رابطه اولویت فازی تبدیل شده است:

$$DM^1\begin{bmatrix} & 1 & 2 & 3 \\ 1 & 0.5 & 0.38 & 0.76 \\ 2 & 0.62 & 0.5 & 0.84 \\ 3 & 0.24 & 0.16 & 0.5 \end{bmatrix},\ DM^2\begin{bmatrix} & 1 & 2 & 3 \\ 1 & 0.5 & 0.57 & 0.77 \\ 2 & 0.43 & 0.5 & 0.86 \\ 3 & 0.23 & 0.14 & 0.5 \end{bmatrix},$$

$$DM^3\begin{bmatrix} & 1 & 2 & 3 \\ 1 & 0.5 & 0.45 & 0.87 \\ 2 & 0.55 & 0.5 & 0.91 \\ 3 & 0.13 & 0.09 & 0.5 \end{bmatrix}$$

$$DM^4\begin{bmatrix} & 1 & 2 & 3 \\ 1 & 0.5 & 0.58 & 0.94 \\ 2 & 0.42 & 0.5 & 0.91 \\ 3 & 0.06 & 0.09 & 0.5 \end{bmatrix},DM^5\begin{bmatrix} & 1 & 2 & 3 \\ 1 & 0.5 & 0.25 & 0.75 \\ 2 & 0.75 & 0.5 & 1 \\ 3 & 0.25 & 0 & 0.5 \end{bmatrix}$$

در گام سوم مقادیر تجمیعی اطلاعات همگن و تبدیل شده فوق با روش اولویت فازی تجمیعی و با استفاده از عملگر OWA محاسبه می‌شود. بردارروزن حاصله ازکمیت‌سنج "بیشترین" با بازه (۰.۸، ۰.۳) برابر (۰، ۰.۴، ۰.۶، ۰، ۰) است. در این صورت جواب تجمیعی به صورت ماتریس زیر حاصل می‌شود:

$$\text{جواب تجمیعی} = \begin{bmatrix} & 1 & 2 & 3 \\ 1 & 0.5 & 0.422 & 0.77 \\ 2 & 0.502 & 0.5 & 0.89 \\ 3 & 0.19 & 0.09 & 0.5 \end{bmatrix}$$

با توجه به گام چهارم الگوریتم، $QGDD_i$ تمام گزینه‌ها درمجموعه جوابهای فردی و گروهی محاسبه می‌شود. این کار با استفاده از کمیت‌سنج زبانی فازی" تا حد ممکن" و بازه (۱، ۰/۵) انجام شده است. بردار وزن متناظر با این عملگر برابر(۰/۶۷، ۰/۳۳، ۰)=w است.

$$DM^1 = [0.42\quad 0.54\quad 0.19],\ DM^2 = [0.52\quad 0.45\quad 0.17],$$
$$DM^3 = [0.47\quad 0.52\quad 0.1],\ DM^4 = [0.53\quad 0.45\quad 0.07],$$
$$DM^5 = [0.3\quad 0.58\quad 0.08],\ DM^G = [0.45\quad 0.5\quad 0.123]$$

درجه نزدیکی هر شرکت‌کننده با استفاده از رابطه (۸) محاسبه و در جدول ۳ نشان داده شده است. میانگین تجمیعی عدم توافق گروهی بر روی هر گزینه ($CM(C_i)$) با استفاده از رابطه (۹) و کمیت‌سنج زبانی "تاحد ممکن" و بردار وزن متناظر (۰/۴، ۰/۴، ۰/۲، ۰ ، ۰)=w محاسبه و در جدول ۴ نمایش داده شده است. میزان توافق گروهی بر روی هر گزینه نیز با استفاده از رابطه (۱۱) محاسبه و در جدول ۴ ارائه شده است.

میزان عدم توافق گروهی بر روی کلیه گزینه‌ها ($CM(C)$)، میانگین تجمیعی کمترین و بیشترین عدم توافق گروهی بر روی کلیه گزینه‌ها ($GSCL(C)$،$GWCL(C)$) با توجه به مقادیر جدول ۴ و روابط (۱۰) و (۱۲) و(۱۳) و با استفاده از کمیت‌سنج زبانی "تا حد ممکن" محاسبه و در جدول ۵ نشان داده شده است. در جدول ۶ نیز میزان نزدیکی هر شرکت‌کننده با استفاده از درجه نزدیکی ارائه شده در جدول ۳ و با استفاده از عملگر *neat* OWA محاسبه و ارائه شده است. در این مرحله برای عملگر*neat* OWA، $\alpha$ = ۰/۸ در نظر گرفته شده است. همانطور که در جدول ۵ ملاحظه می‌شود میزان نهایی توافق گروهی بر روی کلیه گزینه‌ها با استفاده از رابطه (۱۴) برابر ۰.۷۳ بدست آمده است.

حداقل میزان توافق گروهی ضروری (CL)، توسط مدیر تصمیم‌گیری برابر ۰/۸ در نظر گرفته شده است. چون میزان توافق گروهی(GC) بدست آمده کمتر از CL می‌باشد، لذا ضروری است تصمیم‌گیرانی که میزان نزدیکی آنها به گروه زیر سطح لازم است نظر خود را اصلاح نمایند. سطح لازم برای نزدیکی به نظر گروه ۰/۸۰ در نظر گرفته شده است. بنابراین براساس نتایج جدول ۶ از $DM^4$ و $DM^5$ خواسته می‌شود که نظراتشان را برای رسیدن به توافق گروهی مناسب اصلاح نمایند. ابتدا $DM^5$ انتخاب شده و جواب تجمیعی گروه (۰/۱۲۳ ، ۰/۵ ، ۰/۴۵) به جای جواب قبلی وی به او پیشنهاد می‌شود. $DM^5$ مقدار (۰/۱۲، ۰/۵، ۰/۴) را برای اهمیت نسبی گزینه‌ها قبول می‌کند. پس از آن، $DM^4$ انتخاب شده و راه حل تجمیعی به وی پیشنهاد می‌گردد. $DM^4$ از قبول جواب تجمیعی امتناع می‌ورزد. لذا جواب $DM^2$ که نزدیکترین جواب به او می‌باشد به وی پیشنهاد می‌گردد که مورد قبول قرار می‌گیرد.

**جدول۳- درجه نزدیکی هر تصمیم‌گیر به‌ازاء تمام شاخص‌ها**

| | گزینه‌ها | | |
|---|---|---|---|
| درجه نزدیکی | ۱ | ۲ | ۳ |
| DM[1] | ۰/۰۳ | ۰/۰۴ | ۰/۰۶۷ |
| DM2 | ۰/۰۷ | ۰/۰۵ | ۰/۰۴۷ |
| DM3 | ۰/۰۲ | ۰/۰۲ | ۰/۰۲۳ |
| DM4 | ۰/۰۸ | ۰/۰۵ | ۰/۰۵۳ |
| DM5 | ۰/۱۵ | ۰/۰۸ | ۰/۰۴۳ |

**جدول۴- میزان توافق و عدم توافق گروهی بر روی هرگزینه**

| | گزینه‌ها | | |
|---|---|---|---|
| متغیرها | ۱ | ۲ | ۳ |
| $S(C_i)^{pis}$ | ۰/۰۲ | ۰/۰۲ | ۰/۰۲۳ |
| $S(C_i)^{Nis}$ | ۰/۱۵ | ۰/۰۸ | ۰/۰۶۷ |
| $CM(C_i)$ | ۰/۰۳۴ | ۰/۰۳۴ | ۰/۰۳۵۸ |
| $GC(C_i)$ | ۰/۸۹ | ۰/۷۷ | ۰/۷۱ |

**جدول۵- میزان توافق گروهی بر روی تمام شاخص‌ها**

| $GC$ | $GSCL(C)$ | $GWCL(C)$ | $CM(C)$ |
|---|---|---|---|
| ۰/۷۳ | ۰/۰۲ | ۰/۰۷۱ | ۰/۰۳۴ |

**جدول۶- میزان نزدیکی هر شرکت‌کننده**

| $DM^۵$ | $DM^۴$ | $DM^۳$ | $DM^۲$ | $DM^۱$ |
|---|---|---|---|---|
| ۰/۶۴ | ۰/۷۹ | ۰/۹۳ | ۰/۸۱ | ۰/۸۳ |

مجدداً تمام محاسبات لازم برای داده‌های جدید انجام شده و میزان توافق گروهی محاسبه می‌شود. GC در این مرحله برابر ۰/۸ می‌گردد که شرط لازم برای توقف فرآیند تجمیع را تأمین می‌نماید. میزان وزن گروهی هر یک از شاخص‌ها بعنوان جواب گروهی نهائی بازاء $QGDD$ متناظر آن عبارت است از: (۰/۱۷، ۰/۴۸، ۰/۴۵). با توجه به مقادیر وزن تجمیعی شاخص‌های بدست آمده و مقادیر جدول ۱ و با استفاده از روش میانگین وزنی ساده، گزینه ۹ بعنوان گزینه ارجح جهت تأمین آب منطقه مورد نظر بدست می‌آید که در نهایت به اطلاع تمام تصمیم‌گیران می‌رسد (جدول ۷).

از مزایای الگوریتم پیشنهادی نسبت به روشهای مورد استفاده توسط Duckstein و همکاران در رتبه‌بندی گزینه‌ها و روش‌های رایج تصمیم‌گیری می‌توان به موارد زیر اشاره نمود:

- با استفاده از الگوریتم فوق، چندین تصمیم‌گیر با تخصص، دانش و مهارت مختلف می‌توانند در فرآیند تصمیم‌گیری و انتخاب بهترین گزینه شرکت نمایند در حالی که در روش Duckstein و همکاران تنها یک تصمیم‌گیر توان شرکت در فرآیند تصیم‌گیری را دارا است
- تصمیم‌گیران قادرند نظرات و ارزیابی‌های خود از گزینه‌ها را بصورت دلخواه و به چهار صورت مختلف: ۱- رتبه‌بندی گزینه‌ها ۲- رابطه اولویت فازی ۳- رابطه اولویت چندگانه ۴- تابع مطلوبیت ارائه نمایند. در صورتیکه در روش‌های رایج تصمیم‌گیری، شرکت‌کنندگان ملزم به ارائه نظرات خود تنها به صورت واحد هستند.
- با استفاده از الگوریتم فوق، تصمیم‌گیران قادرند در صورت عدم‌دستیابی به توافق گروهی، نظرات و ارزیابی‌های خود از گزینه‌ها و اهمیت شاخص‌ها را مورد بازنگری و اصلاح قرار داده و تصمیم نهایی را بر اساس توافق گروهی بین کلیه اعضاء انتخاب نمایند. در حالیکه در روش‌های مورد استفاده توسط Duckstein و همکاران و روش‌های رایج تصمیم‌گیری چنین امکانی وجود ندارد.
- بر خلاف روشهای رایج تصمیم‌گیری MCDM، اجماع بدست آمده در اتخاذ تصمیم نهایی، یک اجماع جبری و ریاضی نیست؛ بلکه اجماع و توافق گروهی برروی انتخاب بهترین گزینه، با تعامل و گفتگو بین تصمیم‌گیران دخیل در فرآیند تصمیم‌گیری بدست می‌آید.

## ۵-جمع‌بندی و نتیجه‌گیری

در این مقاله ضمن بررسی تصمیم‌گیری گروهی فازی، یک الگوریتم جدید جهت تصمیم‌گیری گروهی فازی بر مبنای توافق گروهی ارائه گردید. با استفاده از الگوریتم پیشنهادی تصمیم‌گیران قادرخواهند بود نظرات و ارزیابی‌های خود از گزینه‌ها و همچنین اهمیت شاخص‌ها را به صورت دلخواه ارائه نمایندکه آزادی عمل بیشتری به تصمیم‌گیران برای اظهارنظر می‌دهد. علاوه بر این، اجماع بدست آمده در این مقاله، یک اجماع جبری و ریاضی نیست؛ بلکه اجماع و توافق گروهی برروی گزینه‌ها، با تعامل و گفتگو بین تصمیم‌گیران دخیل در فرآیند تصمیم‌گیری است. نتایج استفاده از الگوریتم پیشنهادی نشان می‌دهد که روش تصمیم‌گیری گروهی فازی برای تجمیع نظرات تصمیم‌گیران و اعمال دیدگاه‌ها و سلایق آنان بسیار مناسب بوده و ابزار کارآمدی برای نیل به توافق گروهی است.

**جدول۷- ارزش و رتبه‌بندی نهایی گروهی گزینه‌ها**

| گزینه‌ها | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ | ۵ | ۶ | ۷ | ۸ | ۹ | ۱۰ | ۱۱ | ۱۲ | ۱۳ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| ارزش گزینه | ۰/۰۵۵۱ | ۰/۰۵۵۸ | ۰/۰۵۸۱ | ۰/۰۶۰۳ | ۰/۰۵۹ | ۰/۰۵۷۳ | ۰/۰۷۳۸ | ۰/۱۰۶۱ | ۰/۱۷۵۷ | ۰/۰۵۸۲ | ۰/۰۷۳۱ | ۰/۰۸۰۱ | ۰/۰۸۷۳ |
| رتبه گزینه | ۱۳ | ۱۲ | ۱۰ | ۷ | ۸ | ۱۱ | ۵ | ۲ | ۱ | ۹ | ۶ | ۴ | ۳ |

کاربرد الگوریتم در اولویت بندی ۱۳ گزینه استحصال منابع آب زیرزمینی به منظور تأمین نیازهای شرب یک منطقه فرضی نشان داد که با تعامل بین تصمیم‌گیران و بازنگری تصمیم‌گیران با کمترین درجه توافق، می‌توان به یک تصمیم جمعی با درجه توافق معقول و از پیش تعیین شده دست یافت.

## پیوست الف: عملگر OWA

یک عملگر تجمیع، تابعی است که بردار ورودی n بعدی را به یک بعد نگاشت می‌کند و آنرا بصورت $F : I^n \to J$ نشان می‌دهد که I وJ بازه‌های واقعی تابع بوده و $I, J \neq \phi$. I بیانگر مجموعه مقادیری است که می‌خواهند با یکدیگر تجمیع گردند و J بیانگر جوابهای متناظر همگرا شده‌است (Smolíková and Wachowiak, 2002). عملگر تجمیع OWA توسط یاگر معرفی شد (Yager, 1988; 1993; 1994). عملگر OWA، یک عملگر تجمیعی با بردار وزن متناظر $\sum_{i=1}^{n} w_i = 1, w \in [0,1]^n$ است که:

$$F_w(x) = \sum_{i=1}^{n} w_i . b_i \quad , \quad x \in I^n \qquad (A1)$$

که $b_i$، iامین مقدار بزرگ مجموعه مرتب شده صعودی به نزولی مجموعه X است. عملگر OWA شامل دو مشخصه اصلی است که بیانگر رفتار عملگر OWA می‌باشد (Jiang and Eastman, 2000; Yager, 1988): ۱- درجه *OR ness* یا ریسک پذیری و ۲- میزان تبادل بین شاخص‌ها. درجه*OR ness* یا ریسک پذیری، موقعیت عملگر OWA را در بین روابط and (می‌نیمم) و or (ماکزیمم) نشان می‌دهد (Carlsson et al, 1997). این درجه بیانگر میزان تأکید تصمیم‌گیر بر روی مقادیر بهتر و یا بدتر یک مجموعه از شاخص‌ها است. افراد ریسک‌پذیر بر روی خواص خوب یک گزینه و افراد ریسک‌گریز بر روی خواص بد یک گزینه تأکید می‌کنند و آنرا ملاک انتخاب خود قرار می دهند (Mellers and Chang, 1994; Bodily, 1985). درجه *OR ness* به صورت زیر تعریف می‌شود (Yager, 1988):

$$OR\ ness = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(n-i).w_i \ , \qquad 0 \le OR\ ness \le 1 \qquad (A2)$$

هر چه مقدار *OR ness* بیشتر باشد، میزان خوش بینی و یا ریسک پذیری تصمیم‌گیر بیشتر خواهد بود.

مشخصه دوم عملگر OWA، میزان "تبادل" بین شاخص‌هاست. میزان "تبادل"، درجه موازنه یا جبران بین شاخص‌ها را نشان می‌دهد. درجه "تبادل" بصورت زیر تعریف می‌شود (Jiang and Eastman, 2000):

$$trad\ off = 1 - \sqrt{\frac{n}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(w_i - \frac{1}{n})^2} \ , \ 0 \le trad\ off \le 1 \qquad (A3)$$

همانطور که در تعریف عملگر OWA مشاهده شد یک مسأله مهم در تعریف این عملگر محاسبه بردارووزن w است. دو روش برای محاسبه بردار وزن عملگر وجود دارد: در روش اول، بردار وزن با استفاده از داده‌های نمونه صورت می‌گیرد. در روش دوم، بردار وزن با استفاده از کمیت‌سنج‌های زبانی محاسبه می‌شود. در این روش که توسط یاگر (Yager, 1996; Yager, 1993) پیشنهاد شد بردار وزن کمیت‌سنج‌های با استفاده از رابطه زیر محاسبه می‌شود:

$$w_i = Q(\frac{i}{n}) - Q(\frac{i-1}{n}) \quad , \quad i = 1,...,n \qquad (A4)$$

یک ویژگی مهم عملگرOWA این است که می‌توان با استفاده از یک ماتریس تصمیم، جوابهای متعددی براساس خصوصیات ذهنی تصمیم‌گیر ایجاد کرد. به بیان دیگر، عملگرOWA خصوصیات ذهنی تصمیم‌گیر را در برآورد مقادیر تجمیعی لحاظ می‌کند در حالیکه بسیاری از عملگرهای تجمیعی دیگر فاقد این خصوصیت مهم هستند. عملگرOWA دارای چهارخاصیت مهم است که سبب می‌شود آنرا به صورت یک عملگر میانگین‌گیری در نظر بگیریم. این خاصیت‌ها عبارتند از: جابجایی، یکنواختی، همتوانی و کران‌دار بودن(Yager, 1996; Yager, 1988).

## پیوست ب: عملگر *neat* OWA

عملگر *neat* OWA یکی از عملگرهای مجموعه عملگرهای خانواده OWA است. در این عملگر، وزنی که به داده‌ها اختصاص می‌یابد ثابت نیست؛ بلکه به صورت تابعی از مقادیری است که می‌خواهند با یکدیگر تجمیع گردند. در این عملگر، وزن متناظر داده‌ها از فرمول زیر بدست می آید:

$$w_i = \frac{x_i^{\alpha}}{\sum_i x_i^{\alpha}} \qquad (A5)$$

در نتیجه:

$$neat\ OWA_w(x_1,...,x_n) = \frac{\sum_i x_i^{\alpha+1}}{\sum_i x_i^{\alpha}} , \alpha \ge 0$$

بنابراین با استفاده از این نوع تابع وزن می‌توانیم وزن‌ها را مستقیماً از مقادیری که می‌خواهند تجمیع شوند بدست آورد. پارامتر $\alpha$، پارامتر تصمیم است که می‌تواند براساس تجربیات تصمیم‌گیر معین شده و یا جایگزین درجه *orness* و *andness* عملگر شود. اگر $\alpha = 0$ در نظر گرفته شود، عملگر به یک عملگر میانگین‌گیری ساده تبدیل می‌شود و اگر $\alpha = \infty$ در نظر گرفته شود، عملگر به یک عملگر ماکزیمم تبدیل می‌شود.

## پی‌نوشت‌ها

1- Multi Criteria Decision Making.
2- Group Decision Making.
3- Decision Maker.

4- Game Theory.
5- Social Choice theory.
6- Group Decision under Expert's Judgment.
7- Ordered Weighted Averaging.
8- Analytic hierarchy process.
9- Analytic network process
10- Hard Consensus Measure.
11- Soft Consensus Measure.
12- Quantifier Guided Dominance Degree.
13- Compromise programming.
14- Multiattribute utility function.
15- Utility additive.

## ۶- مراجع


Abrishamchi, A., Ebrahimian. A., Tajrishi, M., Marino. M.A., (2005), "Case Study: Application of Multicriteria Decision Making to Urban Water Supply". *Journal of Water Resources planning and Management*, v 131, n 4, pp. 326–335.

Ben-Arieh D. and Chen Z., (2004), "A new linguistic labels aggregation and Consensus in group decision making", Conference of IERC, Houston, Texas, USA.

Bodily, S.E., (1985), "Modern decision making: a guide to modeling with decision support systems". McGraw-Hill Book Company, New York.

Bordogna G., Fedrizzi M., Pasi G., (1997), "Linguistic modeling of consensus in group decision making based on OWA operators", *IEEE* Transactions on Systems, Man, and Cybernetics Part A: Systems and Humans, v 27, n 1, pp. 126–133.

Bryson, N., (1996), "Group decision-making and the analytic hierarchy process: exploring the consensus-relevant information content", Computers & Operations Research, v 23, pp. 27– 35.

Bullen, P.S., Mitrinovic, D.S., Vasic, P. M., (1988), "Means and their inequalities", Mathematics and its Applications, 31, D. Reidel Publishing Co., Dordrecht.

Carlsson, C., R.Full´er and S.Full´er, (1997), "OWA operators for doctoral student selection problem", in: R.R.Yager and J.Kacprzyk eds., The ordered weighted averaging operators: Theory, Methodology, and Applications, Kluwer Academic Publishers, Boston, pp. 197-178.

Chang P.-T. Lee E. S., (1994), "Ranking of fuzzy sets based on the concept of existence", Computers Mathematics Application, v 27, n 9/10, pp. 1-21.

Chen S-J., Hwang C-L, (1989), "Fuzzy multiple attribute decision making", Springer-Verlag.

Chen, Z., (2005), "Consensus in group decision making under linguistic assessments", PhD Thesis, Department of Industrial and Manufacturing Systems Engineering, College of Engineering Kansas State University, Manhattan.

Cheng C-H., (1999), "A simple fuzzy group decision making method", IEEE International Conference on Fuzzy Systems, v 2, pp. 910-915.

Chiclana F., Herrera F., Herrera-Viedma E., (1998), "Integrating three representation, models in fuzzy multipurpose decision making based on fuzzy preference relations", Fuzzy Sets and Systems, v 97, pp. 277-291.

Chiclana F., Herrera F., Herrera-Viedma E., (2001), "Integrating Multiplicative Preference Relations in a Multipurpose Decision-making Model Based on Fuzzy Preference Relations", Fuzzy Sets and Systems, v122, pp. 277-291.

Choudhurya, A.K., Shankarb, R., Tiwari, M.K., (2005), "Consensus-based intelligent group decision-making model for the selection of advanced technology." *J. Decision Support Systems,* Article In Press.

Das, A.B., (2001), "Application of optimization techniques in groundwater quality management", Sad hana, v 26, n 4, pp. 293-316.

Dubois, D., Fargier, H., Prade, H., (1996), "Refinements of the maximin approach to decision-making in a fuzzy environment", Fuzzy Sets and Systems, v 81, n 1, pp. 103-122.

Duckstein, L., Treichel, W., El Magnouni, S., (1994), "Ranking ground-water management alternatives by multicriterion analysis." *J.Water Resource Planning and Management*, v 120, n 4, pp. 546–565.

El Magnouni, S., Treichel, W., (1992), "A multi-criteria approach to ground water resources assessment." BRGM Tech. Note No. 48 EAUHN92. Burean de Recherché Geologique et Miniere (BRGM), Orleans, France.

Fedrizzi M., Pereira R. A. M., Zorat A., (1995), 'Dynamical model for reaching consensus in group decision making", Proceedings of the ACM Symposium on Applied Computing, pp. 493-496.

Herrera F., Herrera-Viedma E., Verdegay J. L., (1996a), "Model of consensus in group decision making under linguistic assessments", Fuzzy Sets and Systems, v 78, n 1, 73 p.

Herrera F., Herrera-Viedma E., Verdegay J. L., (1996b), "Direct approach processes in group decision making using linguistic OWA operators", Fuzzy Sets and Systems, v 79, n 2, pp. 175-190.

Herrera-Viedma E., Herrera F., Chiclana F., (2002), "A consensus model for multiperson decision making with different preference structures", Systems, Man

Environmental Management, Article in press, pp.1-10.

Robertson, W, A., (2002), "A comparison of three group decision-making strategies and their effects on the group decision-making process." PhD Thesis, Virginia Polytechnic Institute and State University.

Smolíková R., Wachowiak M.P., (2002), "Aggregation operators for selection problems", Fuzzy Sets and Systems, v 131, n 1, pp. 23-34.

Sugeno, M., (1974), "Theory of fuzzy integrals and its applications", PhD thesis, Tokyo Institute of Technology, Tokyo.

Xu, Z.S., (2004), "A method based on linguistic aggregation operators for group decision making with linguistic preference relations", Information Science, v 116, pp. 19-30.

Xu, Z., (2006), "Induced uncertain linguistic OWA operators applied to group decision making". Information Fusion, v 7, pp.231-238.

Xu, Z.S., Chen, J., (2006), "An interactive method for fuzzy multiple attribute group decision making ", Information Science, Article in Press.

Yager, R.R., (1988), "On ordered weighted averaging aggregation operators in multi-criteria decision making", IEEE Trans.Systems, Man Cybernet. v 18, pp.183–190.

Yager, R.R., (1993), "Families of OWA operators", Fuzzy Sets and Systems, v 59, pp.125–148.

Yager, R.R., (1994a), "On weighted median aggregation", International Journal of Uncertainty, Fuzziness and Knowledge-based Systems, v 2, pp. 101– 113.

Yager, R.R., (1994b), "Aggregation operators and fuzzy systems modeling", Fuzzy Sets and Systems, v 67, pp. 129–145.

Yager, R.R., (1996), "Quantifier guided aggregation using OWA operators'. *International Journal of Intelligent Systems*, v 11, pp. 49-73.

Zadeh, L.A., (1983), "A computational approach to fuzzy quantifiers in natural languages". Computing and Mathematics with Applications, v 9, pp.149-184.

Zadrozny, S., (1997), "An approach to the consensus reaching support in fuzzy environment consensus under fuzziness", Kluwer, Norwell, MA.

and Cybernetics, Part A, IEEE Transactions on, v 32, n 3, pp. 394 -402.

Hwang C-L., Lin M-J., (1987), "Group decision making under multiple criteria: methods and applications". Berlin, New York: Springer-Verlag.

Jiang H, Eastman JR., (2000), "Application of fuzzy measures in multi-criteria evaluation in GIS". International journal Geography Information Systems. v 14, n 2, pp. 173–184.

Kacprzyk J., Fedrizzi M., Nurmi H., (1992), "Group decision making and consensus under fuzzy preferences and fuzzy majority", Fuzzy Sets and Systems, v 49, pp. 21-31.

Kickert WJM., (1978), "Fuzzy theories of decision-making". Martin us Nijhoff, Lei den.

Lee E. S., Li R. -J., (1988), 'Comparison of fuzzy numbers based on the probability measure of fuzzy events", Computers & Mathematics with Applications, v 15, n 10, pp. 87-896.

Lee-Kwang H., Lee J., (1999), "Method for ranking fuzzy numbers and its application to decision-making", *IEEE* Transactions on Fuzzy Systems, v 7, n 6, pp. 677-685.

Malczewski, J., Rinner, (2005), "Exploring multicriteria decision strategies in GIS with linguistic quantifiers: A case study of residential quality evaluation". *J.Geograph System*, v 7, pp. 249-268.

Mellers. B, Chang. S., (1994), "Representations of risk judgments". Organ Behav Hum Dec .v 52, n 7, pp. 167–184.

Munda, G., (1995), "Multicriteria evaluation in a fuzzy environment: theory and applications in ecological economics". Physica-Verlag, Heidelberg.

Ng K.-C, Abramson B, (1992), "Consensus diagnosis: a simulation study", Systems, Man and Cybernetics, IEEE Transactions on, v 22, n 5, pp. 916 – 928.

Pohekar, S.D., Ramachandran, M., (2004), "Application of multi-criteria decision making to sustainable energy planning-A review", Renewable and Sustainable Energy Reviews, v 8, pp. 365–381.

Pasi, G., Yager, R.R., (2006), "Modeling the concept of majority opinion in group decision making". Information Sciences, v 176, pp. 390-414.

Regan H., Olyvan M., Markovchick L., (2005), "A formal model for consensus and negotiation in environmental management", Journal of