

## Application of Finite Elements Concept in Water Resources Management: FEWREM Model and Software

Akbar Karimi<sup>1</sup>, Reza Ardakanian<sup>2</sup>

### Abstract

In this research finite elements approach and systems approach, are combined and a new framework for dynamic modeling of large problems and their solution by Decomposition-Coordination or Aggregation-Disaggregation algorithm is introduced. This framework enables the modeler to benefit from these two approaches in an integrated base and to simulate and optimize large water resources systems. To show applicability of this framework, a software named FEWREM is developed in this research. This model is compared to MODSIM via a case study the results show that MODSIM results in more shortages compared to FEWREM. In other words, the effectiveness of FEWREM in operating the water system is more than MODSIM.

**Keywords:** Finite Elements, System Approach, Water Resources Management, Modeling, Disaggregation-Aggregation

## کاربرد مفهوم اجزای محدود در مدیریت منابع آب: مدل و نرم افزار FEWREM

اکبر کریمی<sup>۱</sup>، رضا اردکانیان<sup>۲</sup>

### چکیده

در این تحقیق با ترکیب نگرش اجزای محدود و نگرش سیستم‌ها، چارچوبی مناسب برای مدل‌سازی پویای مسایل واقعی و بزرگ و حل آنها توسط الگوریتم‌های تجزیه-هماهنگی و یا تجمیع-تکسیر ارائه گردیده است. این چارچوب امکان استفاده از قابلیت‌های هرکدام از دو نگرش یاد شده را در یک قالب یکپارچه برای شبیه‌سازی و بهینه‌یابی در اختیار تحلیلگر قرار می‌دهد. برای نشان دادن کاربرد این چارچوب، مدل و نرم‌افزاری به نام FEWREM توسعه داده شده است. نهایتاً یک مثال با این نرم‌افزار مدل شده و با نمونه حل شده همین مثال با نرم‌افزار MODSIM نیز مقایسه شده است. مقایسه نتایج نشان می‌دهد که مقدار کمبودها در تامین نیازها، برای MODSIM بیشتر از FEWREM است. عبارت دیگر بهره‌وری مدل FEWREM برای استفاده از منابع آب موجود بیشتر از مدل MODSIM است.

**کلمات کلیدی:** اجزای محدود، برخورد سیستمی، مدیریت منابع آب، مدل‌سازی، تکسیر - تجمیع

1 . PhD Student Sharif University of Technology, Tehran, Iran  
2 . Assistant Professor Civil Engineering Faculty, Sharif University of Technology, Tehran, Iran

۱- دانشجوی دکتری آب، دانشگاه صنعتی شریف، تهران، ایران  
۲- استادیار دانشکده مهندسی عمران، دانشگاه صنعتی شریف، تهران، ایران

رودخانه‌ها، آب زیرزمینی، نیروگاه‌های تولید برق‌آبی را می‌تواند انجام دهد. MIKE BASIN به طور عمده برای شبیه‌سازی سیستم‌های آبی به کار می‌رود. البته امکان استفاده از ابزار بهینه‌یابی نیز در کنار این نرم‌افزار وجود دارد. این نرم‌افزار از قالب شبکه‌ای برای مدل‌سازی سیستم آبی استفاده می‌کند. این نرم‌افزار از روش بهینه‌یابی غیرخطی مبتنی بر برنامه‌ریزی مربعی<sup>۲</sup> سیاست‌های بهینه هر دوره را تعیین کرده (تک‌دوره‌ای) و شبیه‌سازی را بر اساس آن انجام می‌دهد. تابع هدف در این مدل حداقل‌سازی فاصله تا اهداف کمی و کیفی تعریف شده است.

نرم‌افزار RIBASIM توسط موسسه هیدرولیک دلفت (Delft Hydraulics, 2002) در کشور هلند تهیه شده است. این نرم‌افزار از قالب گره-کانال برای مدل‌سازی سیستم آبی استفاده می‌کند. RIBASIM مولفه‌های مختلفی را در یک سیستم آبی شامل مخازن، رودخانه‌ها، تامین انرژی برق‌آبی، آب زیرزمینی و کیفیت آب در نظر می‌گیرد. این نرم‌افزار نیز از بهینه‌یابی تک‌دوره‌ای برای شبیه‌سازی سیستم آبی و بهره‌برداری از آن، استفاده می‌کند. چنین نگرشی الزاما به سیاست‌هایی بهینه برای بهره‌برداری منجر نمی‌شود، چون مدل صرفا با توجه به شرایط دوره‌ای که در آن قرار دارد تصمیم‌گیری نموده و آینده را در نظر نمی‌گیرد. بنابراین در اثر تغییرات آینده پارامترها، در شرایط ناخواسته تری بایستی تصمیم‌گیری کند (Close et. al., 2003). آنچه در فرایند بهینه‌یابی این مدل حداقل می‌گردد، فاصله از اهداف کمی و کیفی از پیش تعریف شده برای مدل است.

مدل ARSP توسط مهندسين مشاور ACRES در کشور کانادا تهیه شده است (ACRES, 2004). این نرم‌افزار نیز از نمایش گره-کانال برای مدل‌سازی سیستم آبی استفاده می‌کند. این مدل همه اجزای یک سیستم آبی را شامل مخازن، رودخانه، محل‌های مصرف کشاورزی، شرب و صنعت در نظر می‌گیرد. تولید انرژی برق نیز توسط مخازن آبی در این مدل در نظر گرفته می‌شود. این نرم‌افزار نیز از بهینه‌یابی تک‌دوره‌ای برای شبیه‌سازی بهره‌برداری از سیستم آبی در هر دوره استفاده می‌کند. مبنای بهینه‌یابی استفاده از الگوریتم شبکه جریان بر اساس حداقل هزینه استوار است. با در نظر گرفتن هزینه به هر کانال، که هزینه جریان آب در آن کانال است، تابع هدف تشکیل شده و حداقل می‌گردد.

از دیگر مدل‌های معروف در مدیریت منابع آب می‌توان به مدل MODSIM اشاره کرد که توسط Labadie در دانشگاه ایالتی کلرادو در اواسط دهه ۱۹۷۰ تهیه شد (Labadie, 2000). در این

برای برنامه‌ریزی و مدیریت سیستم‌های منابع آب مدل‌های گوناگونی توسط افراد، موسسات و سازمان‌های مختلف در سراسر دنیا تهیه شده است. این مدل‌ها برخی فقط برای یک مساله خاص تهیه شده و برخی دیگر بدین علت که ساختار آنها از پویایی لازم برای مدل‌سازی هر مساله‌ای، بدون توجه به رشته خاص از علم، برخوردار بوده است، کاربرد و گسترش بیشتری پیدا کرده‌اند. اکثر مدل‌های توسعه یافته بیشتر شبیه‌سازی سیستم‌ها را انجام می‌دهند. بهینه‌یابی، به آن صورتی که در مراجع مطرح شده است، بویژه در مدل‌هایی که سیستم‌های بزرگ را مدل می‌کنند، به علت بزرگ بودن و تعداد زیاد متغیرها اعمال نمی‌گردد. عمده‌ترین علت آن عدم وجود ساختاری مناسب برای مدل‌سازی و حل مساله به گونه‌ای است، که در عین حال که فرایندهای مختلف را با دقت قابل قبول مدل و بهینه کند، هزینه زمانی مدل‌سازی و حل نیز، آن ساختار را توجیه‌پذیر کند. در اکثر مدل‌ها که در ادامه نیز تعدادی از مهمترین آنها ذکر خواهد شد، شبیه‌سازی یک سیستم بزرگ و در نظر گرفتن اندرکنش اجزا مختلف آن مساله مهم و زمانبری بوده است. اعمال یک الگوریتم بهینه‌یابی کامل، به این ساختار در یک حالت معمولی توجیه اقتصادی و زمانی ندارد. بدین ترتیب برای مدیریت بهینه بهره‌برداری از سیستم‌های آبی بزرگ، چنانچه از مدل‌هایی که شبیه‌سازی می‌کنند استفاده شود، صرفا قواعد خاصی ارزیابی می‌گردد و مشخص نمی‌شود که بهترین قوانین برای بهره‌برداری با حداقل هزینه‌های اقتصادی و زیست‌محیطی چه هستند. موضوع بهینه‌یابی بهره‌برداری در سیستم‌های بزرگ، بویژه وقتی هزینه‌های اقتصادی و زیست‌محیطی قابل توجه باشند، اهمیت خود را بهتر نشان می‌دهد.

مدل WEAP21 (Stockholm Environment Institute, 2005) برای ارزیابی و برنامه‌ریزی پروژه‌های آبی تهیه شده است. WEAP21 از بهینه‌یابی تک‌دوره‌ای برای شبیه‌سازی سیستم آبی استفاده می‌کند. بهینه‌یابی تک دوره‌ای فقط برای بهبود عملکرد مدل در همان دوره بدون توجه به تاثیرهای بلند مدت تصمیم‌های آن دوره، عمل می‌کند. مدل WEAP21 سیستم‌های آبی را با در نظر گرفتن هیدرولوژی، کشاورزی، آب سطحی و زیرزمینی، مخازن و انرژی آبی مدل می‌کند. این مدل از الگوریتم خطی برای بهینه‌یابی تک دوره‌ای استفاده می‌کند (Close et. al., 2003). تابع هدف در این مدل صرفا حداقل کردن فاصله از اهداف کمی و یا کیفی از پیش تعریف شده است. نرم‌افزار MIKE BASIN (DHI, 2003) نیز توسط موسسه هیدرولیک دانمارک تهیه شده است. این نرم‌افزار قابلیت‌های فراوانی داشته، مدل‌سازی و شبیه‌سازی سیستم‌های آبی شامل مخازن،

دیگر مدلی که به آن پرداخته می‌شود CRIM (Close et al., 2003) نام دارد و در سال ۱۹۹۵ برای مدل‌سازی و شبیه‌سازی تخصیص آب حوضه آبریز رودخانه کلرادو از نظر کیفی و کمی در ایالات متحده تهیه شده است. این مدل برای شبیه‌سازی و بهینه‌یابی سیاست‌های مختلف در این حوضه آبریز با در نظر گرفتن مسایل اقتصادی تهیه شده است. در این مدل مسایل مربوط به معاهدات دولت آمریکا و مکزیک در مورد تخصیص آب این رودخانه در نظر گرفته شده است. این نرم‌افزار برای حل مدل از نرم‌افزار GAMS استفاده می‌کند. تابع هدف این مدل حداقل‌سازی خسارت‌های ناشی از کمبود آب است.

نرم‌افزارها و مدل‌های یاد شده در بالا جزو مهمترین و معروف‌ترین نرم‌افزارهای کاربردی در مهندسی و مدیریت منابع آب هستند. تعدادی از آنها صرفاً شبیه‌سازی را انجام می‌دهند. تعدادی دیگر که از بهینه‌یابی برای شبیه‌سازی استفاده می‌کنند نیز بعلاوه مشکلات محاسباتی و ساختاری به صورت جزئی از بهینه‌یابی برای بهره‌برداری بهینه سیستم‌های آبی استفاده می‌کنند (بهینه‌یابی تک دوره‌ای یا شبیه‌سازی بهینه‌یابی شده). نکته مهم قابل توجه در مورد بهینه‌یابی در مدل‌های ذکر شده در بالا تک دوره‌ای بودن آنهاست. عبارت دیگر این مدل‌ها از بهینه‌یابی به معنای مدل تجویزی<sup>۴</sup> استفاده نمی‌کنند. بلکه اصل کار آنها شبیه‌سازی (مدل توصیفی) است و از بهینه‌یابی بعنوان الگوریتمی که سریعتر از الگوریتم‌های دیگر به پاسخ می‌رسد، استفاده می‌کنند. مقدار کمبودها در تامین نیازها برای یک مدل وقتی ساختار هندسی (توپولوژی) آن تغییر نکند، درحالت تک دوره‌ای انحراف معیار بیشتری نسبت به حل چند دوره‌ای خواهد داشت. عبارت دیگر این مدل‌ها تجویزی برای مدیریت بهتر نمی‌کنند بلکه اثرات قواعد بکارگرفته شده برای مدیریت را نشان می‌دهند. برخی دیگر از مدل‌های بهینه‌یابی نیز که CRIM یک نمونه آن هستند، برای سیستمی خاص تهیه شده و کاربردهای آن در سیستم‌های دیگر مستلزم تغییر اساسی در ساختار مدل است. در این تحقیق سعی شده است که با ارائه چارچوبی مناسب بر پایه مفهوم اجزای محدود و رویکرد سیستمی، امکان مدل‌سازی و بهینه‌یابی سیستم‌های بزرگ آبی در یک قالب کلی و پویا فراهم گردد. چنین چارچوبی به ویژه برای مدل‌سازی و مدیریت یکپارچه سیستم‌های بزرگ می‌تواند بکار گرفته شود. این چارچوب امکان تهیه مدل‌هایی پویا و قابل تطبیق با اکثر سیستم‌های آبی را نیز فراهم می‌کند. هم‌چنین این چارچوب به خوبی بعنوان بخش عمده‌ای از یک سیستم پشتیبانی تصمیم می‌تواند استفاده شود.

نرم‌افزار، سیستم آبی با استفاده از نمایش گره-کانال مدل می‌شود. MODSIM از شبکه جریان با حداقل هزینه برای فرمول‌بندی و حل سیستم آبی استفاده می‌کند. در این نرم‌افزار نیازهای مختلف شرب، صنعت و کشاورزی، مخازن، رودخانه‌ها و تولید انرژی آبی همگی بوسیله نمایش گره-کانال مدل می‌شوند. این مدل از الگوریتم OKA<sup>۳</sup> برای بهینه‌یابی جریان در شبکه استفاده می‌کند. بهینه‌یابی این مدل به صورت تک دوره‌ای است. نتایج این بهینه‌یابی تک دوره‌ای برای بهره‌برداری در آن دوره به کار گرفته می‌شود (Close et al., 2003; McKinney et al., 1999). تابع هدف در مدل MODSIM نیز شبیه بقیه مدل‌های شبکه‌ای، از حاصل جمع هزینه جریان آب در کانال‌ها تشکیل شده است و حداقل می‌گردد.

مدل SOCRATES (Jacob et al., 1995) در سال ۱۹۹۵ برای کمپانی PG&E<sup>۴</sup> در کشور آمریکا تهیه شده است. این نرم‌افزار نیز از مدل‌سازی توسط گره-کانال و از الگوریتم حل شبکه جریان با حداقل هزینه استفاده می‌کند. این نرم‌افزار برای مدل‌سازی سیستم حوضه آبریز بعلاوه سیستم تولید انرژی حرارتی به کار می‌رود. SOCRATES توانایی در نظر گرفتن عدم قطعیت در فرایند مدل‌سازی و حل را داشته و برای این کار از الگوریتم تجزیه بندرز<sup>۵</sup> استفاده می‌کند. در این الگوریتم مساله قابل تجزیه شدن به اجزای مستقل از یکدیگر است. البته تعدادی متغیر وجود دارند که در تمام اجزا مشترکند. به اجزا مستقل از هم زیرمساله و به متغیرهای مشترک، متغیرهای اندرکنش می‌گویند. با فرض مقدار اولیه برای متغیرهای اندرکنش، زیرمساله‌ها کاملاً از هم مستقل شده هرکدام حل می‌شوند. سپس مساله جدیدی متشکل از متغیرهای اندرکنش و مقدار متوسط تابع هدف زیرمساله‌ها، که مساله اصلی نام دارد حل شده مقدار جدید متغیرهای اندرکنش بدست می‌آید. این مقادیر جدید جایگزین مقادیر قبلی در زیرمساله‌ها شده و آنها دوباره حل می‌گردند. جایگذاری و حل زیرمساله‌ها و مساله اصلی تا زمان ارضا شدن شرط همگرایی ادامه می‌یابد. بدین شکل یک مساله بزرگ که در حالت عادی بسختی حل می‌شود یا عملاً حل نمی‌شود، قابل حل می‌گردد. تابع هدف در این مدل سود خالص حاصل از تولید انرژی توسط نیروگاه‌های آبی و حرارتی می‌باشد. ساختار الگوریتم بکار رفته در مدل SOCRATES از نظر زمانی مساله را تجزیه کرده و حل می‌کند. بنابراین اگر مساله از نظر تعداد گره-کانال‌ها بزرگ شود، به عبارت دیگر زیرمساله‌ها خود بزرگ شوند، آنگاه باز حل مساله با مشکل مواجه خواهد شد، چون ساختاری برای تجزیه و حل زیرمساله‌ها وجود ندارد.

## ۲- چارچوب پیشنهادی برای مدل سازی

چارچوب مدل سازی در اکثر مدل های معتبر و کاربردی، به گونه ای است که اکثراً بر شبیه سازی تکیه دارند. البته در مقوله شبیه سازی این مدل ها بخوبی عمل کرده و از توانایی بالایی برخوردار هستند. در این مدل ها قواعد خاصی برای بهره برداری از آن سیستم شبیه سازی می شود، اما معین نمی گردد که این قوانین تا چه حد مناسب هستند و نسبت به قواعد ممکن دیگر چه اختلافاتی را از نظر تاثیرات اقتصادی و زیست محیطی دارند. البته پی بردن به قواعد بهتر از رهگذر آزمون و خطا، توسط همین مدل ها قابل انجام است. اما این روش در قالب بهینه یابی سراسری سریعتر به پاسخ می رسد. بررسی تعدادی از مدل های معروف در مدل سازی و مدیریت سیستم های منابع آب، نشان می دهد که بهینه یابی در مدل هایی که برای مدل سازی سیستم های بزرگ استفاده می شود به صورت موثری برای تجویز سیاست های بهینه بکار گرفته نمی شود، مگر آنکه مساله ساده سازی شود. علت این امر پیچیده تر شدن فرایند حل مساله بعلت زیاد بودن متغیرهای تصمیم، تعدد تکرار شبیه سازی ها و نهایتاً نداشتن توجیه زمانی برای حل است. عبارت دیگر ساختار و چارچوب مناسبی که دقت و سرعت حل را در یک مدل بزرگ بتواند رعایت کند و در عین حال پاسخ های بهینه را در محدوده تصمیم در اختیار تصمیم گیر قرار دهد، به خوبی در ساختار مدل سازی بکار گرفته نشده است. البته مدل هایی خاص برای موارد مشخص تهیه شده است که یک سیستم بزرگ را مدل سازی و حل کرده است. اما این مدل ها برای کاربرد در مسایل دیگر مستلزم بازنویسی مدل یا تصحیح ساختار آن، برای آن مساله هستند. عبارت دیگر از پویایی لازم برای انطباق با مسایل دیگر برخوردار نیستند.

دو نگرش در نیم قرن اخیر برای مدل سازی و تحلیل مسایل بکار گرفته شده است؛ اجزای محدود و رویکرد سیستمی. البته این دو رویکرد تا به امروز با پیشرفت ابزار محاسباتی بهبود قابل توجهی یافته اند. بر اساس این دو رویکرد مدل ها و نرم افزارهای مختلفی نیز تهیه شده است. روش اجزای محدود برای حل مسایل بزرگ با شرایط پیچیده بکار گرفته شده است. در این نگرش با فرض اینکه می توان مساله را به اجزا کوچکتر متصل بهم تجزیه کرد و با فرض حل ساده برای هر جزء از تجمیع اجزا و اعمال شرایط مساله به پاسخ مطلوب برای مساله اصلی رسید، اقدام به حل مساله می نمایند. از سوی دیگر نگرش سیستمی با تفکیک مساله به فرایندهای موازی و سری (دیدگاه فرایند مدار)، اول به تحلیلگر کمک می کند که بهتر بتواند مساله و کنش-واکنشها را ببیند و دوم اینکه مدل مفهومی در قالب گره های پردازشگر و کانال ها (مدل شبکه ای حالت خاصی از

همین نگرش سیستمی است) به راحتی به مدل ریاضی تبدیل می گردد.

بعلاوه، برای حل مسایل بزرگ الگوریتم های مختلفی ارائه شده است که حل مستقیم<sup>۷</sup>، رویکرد تجزیه-همه‌انگهی<sup>۸</sup> و رویکرد تجمیع-تکسیر<sup>۹</sup> از مهمترین آنها می باشند. حل مسایل واقعی تقریباً در تمامی موارد در یک حالت گسسته از نظر مکانی و زمانی صورت می پذیرد. عبارت دیگر نهایتاً حل تمام مسایل به حل ماتریسی می انجامد. در حل مستقیم، این ماتریس که شامل پارامترهای مساله است، به یکباره برای مساله مورد نظر تشکیل شده و حل می گردد. این رویکرد عموماً برای مسایل کوچک کاربرد دارد ولی برای مسایل بزرگ، اگر ابزار محاسباتی قوی وجود نداشته باشد با توجه به تعداد عملیاتی که بایست صورت پذیرد تا نهایتاً به بردار پاسخها رسید، توجیه پذیر نیست.

رویکرد تجزیه-همه‌انگهی با شکستن یک مساله به اجزا کوچکتر که در اندرکنش با دیگر اجزا هستند، اقدام به حل مساله می نماید. بدین صورت که با فرض مقدار اولیه برای برخی از اندرکنشها مساله صورت تجزیه شده به خود می گیرد که هر جزء را به سادگی و به سرعت می توان حل کرد. سپس مقادیر جدید اندرکنشها بین هر دو جز در مدل همه‌انگ کنند مقایسه می گردند، با توجه به اختلافها مقدار جدید اندرکنشها وارد فرایند حل می شود. در یک فرایند تکراری اگر این اختلاف از یک حد کوچکتر بود مساله حل شده فرض می گردد و الا با فرض مقادیر جدید، حل مساله ادامه می یابد. البته در مقوله تجزیه-همه‌انگهی الگوریتم های مختلفی ابداع شده که با توجه به نوع توابع و ساختار مساله اقدام به حل مساله می کنند.

از سوی دیگر در روش تجمیع-تکسیر با فرض اینکه می توان به صورت مفهومی مساله بزرگ با اجزا توزیع شده را به صورت یکجا در نظر گرفت (تجمیع) و بجای یک مساله بزرگ، یک تک مساله را حل نموده سپس با در نظر گرفتن قواعدی برای بازپخش پاسخ بین اجزا مساله، پاسخ مربوط به هر جزء را بدست آورد (تکسیر). البته در این رویکرد در مورد نحوه بازپخش پاسخ بین اجزا، اتفاق نظر وجود ندارد.

نگرشهای دوم و سوم، برای حل مسایل بزرگ به طور گسترده مورد استفاده قرار گرفته اند. با توجه به خصوصیت روشهای تجزیه-همه‌انگهی و تجمیع-تکسیر، اگر مساله را به گونه خاصی ساختار دهیم آنگاه چه روش دوم و چه روش سوم به خوبی بدون اشکالات بنیادین قابل کاربرد می باشند. این ساختار را از طریق نگرش اجزای

رود. عبارت دیگر می‌توان بهینه‌یابی شبیه‌سازی شده را بهتر در قالب یک مدل فراهم کرد. شکل‌های ۱ و ۲ نمودارهای گردش الگوریتم کلی این چارچوب و الگوریتم تجزیه - هماهنگی را نشان می‌دهند.

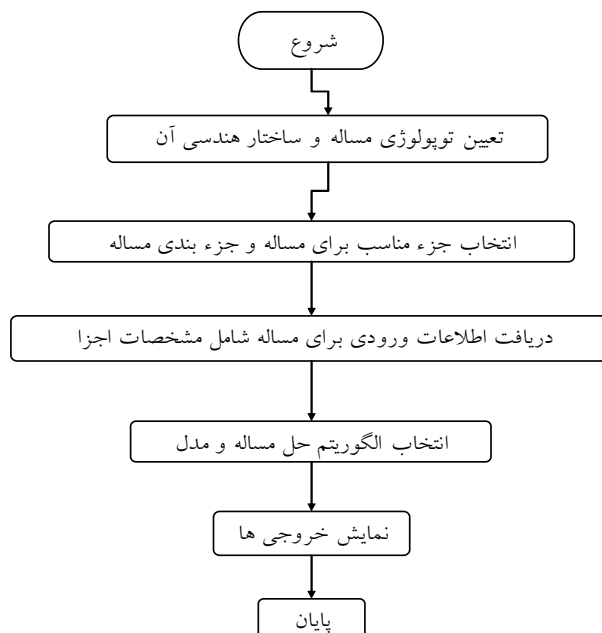
### ۳- معرفی مدل FEWREM

بعنوان نمونه‌ای از کاربرد چارچوبی که برای مدل‌سازی معرفی گردید، مدل FEWREM در ادامه توسعه داده شده و در قالب نرم‌افزاری به همین نام نیز تهیه شده است. این نرم‌افزار توسط مولفین در سال ۱۳۸۴ تهیه شده است. نرم‌افزار FEWREM با استفاده از قابلیت‌های ذکر شده در بالا امکان مدل‌سازی و حل یک سیستم آبی بزرگ را از نظر تعداد مخزن، مصارف و زمان برنامه‌ریزی را فراهم می‌کند. در صورت فعلی این نرم‌افزار بعنوان یک برنامه‌ریز عمل می‌کند.

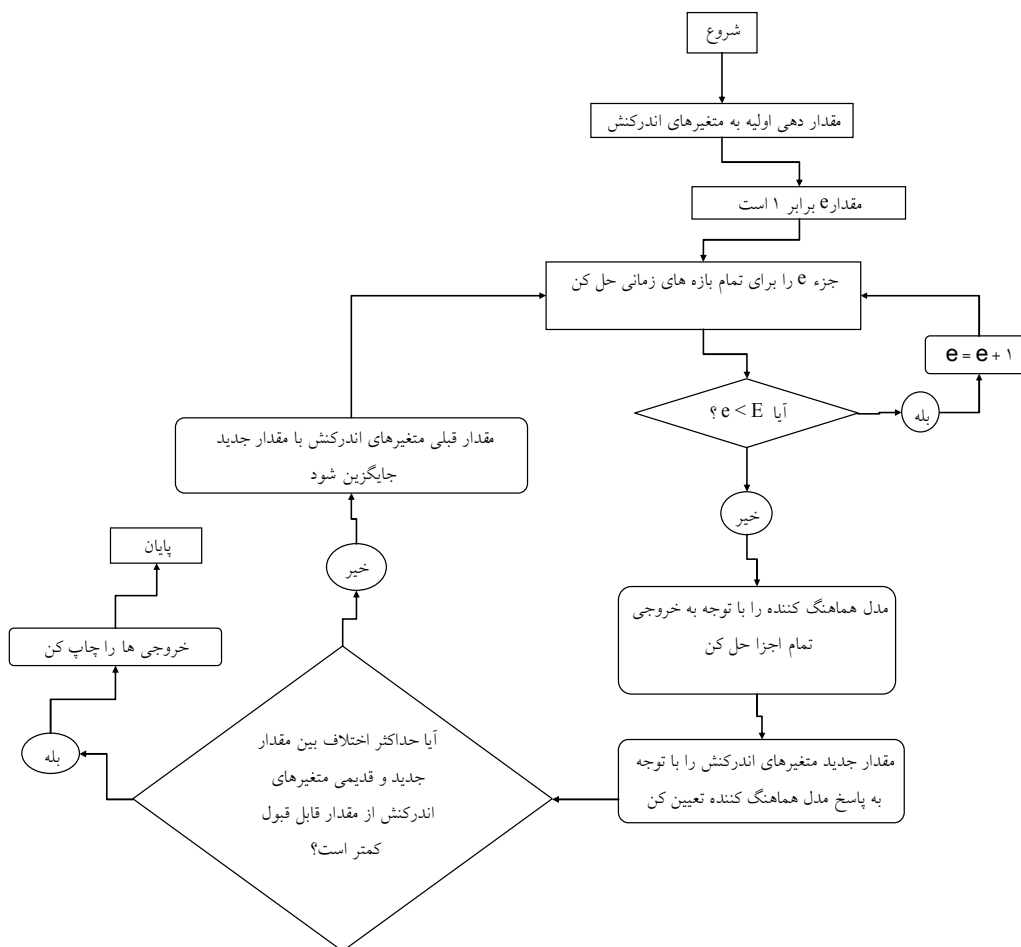
به طور کلی کاربرد نرم افزارهای شبیه‌سازی و بهینه‌یابی در کنار هم تصمیم‌گیرنده را به سیاست‌های بهینه خواهد رساند و استفاده از هرکدام به تنهایی پاسخ بهینه را بدست نمی‌دهد. در واقع نرم‌افزارهای بهینه‌یابی سیاست‌های بهینه را بدست می‌دهند و نرم‌افزارهای شبیه‌سازی برای شبیه‌سازی این سیاستها می‌توانند مورد استفاده قرار گیرند. نرم‌افزارهای بهینه‌یابی که برای برنامه‌ریزی بلند مدت سیستمها به کار می‌رود به لحاظ ساختاری با برنامه‌ریزی بهره‌برداری زمان واقعی متفاوت عمل می‌کنند.

محدود می‌توان به مساله اعمال کرد. در حقیقت با در نظر گرفتن یک جزء پایه برای مساله، که مساله می‌تواند حول این جزء تقسیم‌بندی شده و نمایش داده شود، این امکان را می‌دهد که بتوان از یک ساختار پایه و سرهم‌بندی آنها مساله را شکل داد. با استفاده از این ساختار پایه (جزء پایه) می‌توان از دو رویکرد دوم و سوم بسادگی برای حل مساله استفاده کرد. البته چنانچه مساله بزرگ نباشد می‌توان از رویکرد مستقیم نیز برای حل مساله استفاده کرد. عبارت دیگر هم می‌توان بر اساس این ساختار پایه مساله را تجزیه کرده و با در نظر گرفتن اندرکنش بین اجزا، مساله را حل کرد و هم می‌توان با تجمیع مفهومی اجزا و در عین حال تجمیع ریاضی معادلات هر جزء، به حالت تجمیع‌یافته مساله رسید و آنرا حل کرد. سپس با توجه به قیود تجمیع ریاضی پاسخها را بازپخش نمود. مزیت دیگر این نگرش دقت و اندازه دلخواه تحلیلگر برای تجمیع اجزای مساله است. البته این نگرش در مورد شبیه‌سازی سیستمها نیز قابل کاربرد است.

از سوی دیگر با استفاده از نگرش سیستمی می‌توان بخوبی بسیاری از مسایل مدیریتی، از قبیل سیستم‌های آبی را مدل کرد. سپس با اعمال نگرش اجزای محدود به این مدل‌سازی از مزایای نگرش توضیح داده شده در بالا استفاده کرد. با استفاده از چارچوب مطرح شده در این تحقیق می‌توان بهینه‌یابی را به صورت موثرتری وارد فرایندهای مدل‌سازی، تحلیل و تصمیم‌گیری کرد. البته این چارچوب علاوه بر بهینه‌یابی برای شبیه‌سازی نیز می‌تواند در یک مدل بکار



شکل ۱- الگوریتم پیشنهادی برای مدل‌سازی



شکل ۲- الگوریتم روش تجزیه-هماهنگی برای مدل سازی و حل مسایل بزرگ

که در آن  $[A]_e$  ماتریس ضرایب،  $X_e$  بردار متغیرها و  $B_e$  بردار سمت راست است. تابع هدف برای این جزء به صورت زیر تعریف می شود:

$$Z_e = F(X_e) \quad (2)$$

که در آن تابع  $F(\cdot)$  می تواند خطی یا غیر خطی باشد. در مدل FEWREM از روش مستقیم برای حل استفاده می شود. بنابراین سیستم کلی به صورت زیر درمی آید:

$$\text{Min(Max)} \quad Z = \sum_e Z_e \quad (3)$$

s.t.

$$\begin{bmatrix} A_{Interaction} & 0 \\ 0 & A_{Elements} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} X_{\sim Interaction} \\ X_{\sim Elements} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} B_{\sim Interaction} \\ B_{\sim Elements} \end{bmatrix}$$

مدل بررسی شده در این تحقیق برای برنامه ریزی بلند مدت سیستم های آبی به کار می رود. این مدل از نگرش سیستمی به مدیریت منابع آب در قالب مفهومی اجزای محدود برای مدل سازی سیستم های منابع آب استفاده می کند. مدل FEWREM مساله را به اجزای کوچکتر که هر کدام بخشی از مساله مورد نظر را به تصویر می کشد، می شکند. البته اندرکنش های بین اجزا یکپارچگی سیستم را حفظ کرده و نمایش می دهد. مدل با توجه به الگوریتم نشان داده شده در شکل ۳ کار می کند. جزء پایه در این مدل اجزایی چون مخازن آب، کانال ها، رودخانه ها، آب زیرزمینی، مناطق مصرف آب، شامل شرب، صنعت، کشاورزی و زیست محیطی را در خود جای داده است. نمونه جزء پایه در شکل ۴ نشان داده شده است. اجزای مختلف تفاوتشان در مشخصاتشان یا وجود و عدم وجود مخازن آب، کانال ها، رودخانه ها، آب زیرزمینی و مناطق مصرف آب شامل شرب، صنعت، کشاورزی و زیست محیطی در آنها است. معادلات یک جزء را می توان به صورت زیر نشان داد:

$$[A]_e \cdot X_{\sim e} = B_{\sim e} \quad (1)$$

قالب کمیتهای بی‌بعد در آمده با هم جمع می‌شوند. بدین شکل یک تابع هدف کلی برای تمام سیستم، که متشکل از پاسخهای تمام اجزای این سیستم است، بوجود می‌آید. در این قسمت معادله تابع هدف یک جزء به صورت زیر نشان داده می‌شود:

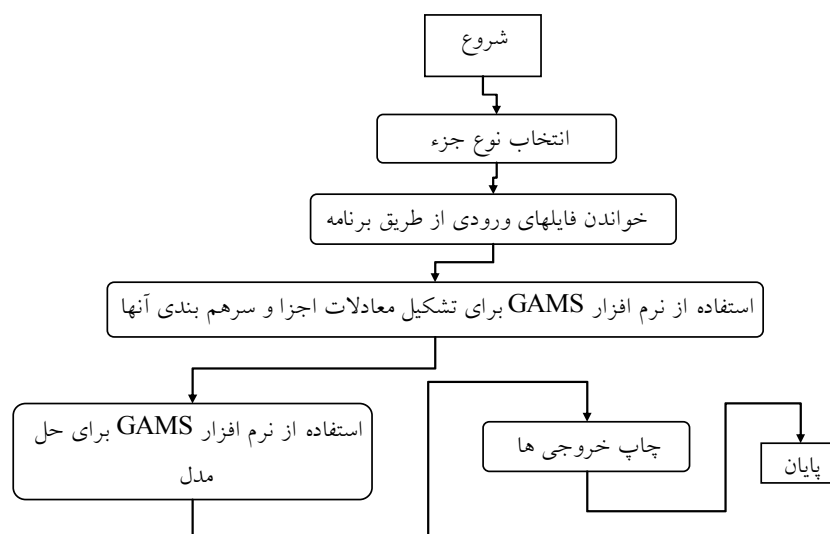
(۴)

$$Z_e = \sum_t \left( WSlack_t \frac{Slack_t}{SlackSCL_t} \right) + \left( WSupply_t \frac{Supply_t}{SupplySCL_t} \right)$$

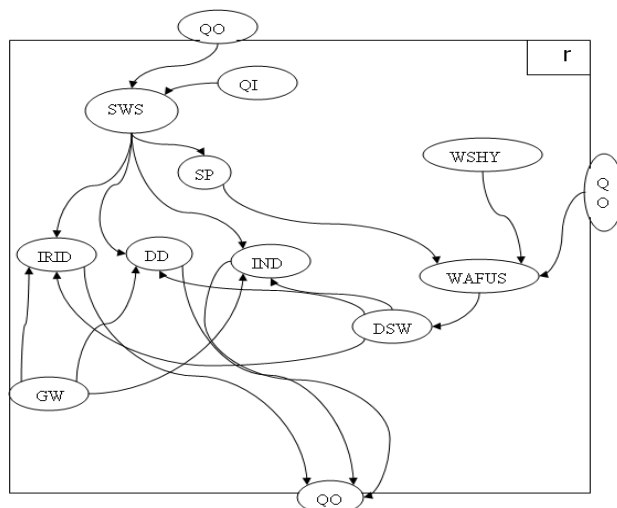
که در آن  $Z_e$  مقدار تابع هدف برای جزء شماره  $e$  است؛  $WSupply_t$  هزینه تامین آب از منبع مورد نظر است، این منبع می‌تواند آب سطحی، آب ذخیره شده در مخزن و یا آب زیرزمینی باشد؛  $Supply_t$  مقدار آب تامین شده از منبع مورد نظر در دوره  $t$  است؛  $SupplySCL_t$  یک ضریب برای بی‌بعد کردن مولفه تامین آب در تابع هدف است، این ضریب در این مساله مقدار نیاز در دوره مورد نظر می‌باشد؛  $WSlack_t$  هزینه کمبود در تامین نیاز مورد نظر است؛  $Slack_t$  مقدار کمبود در تامین نیاز را در دوره  $t$  نشان می‌دهد؛  $SlackSCL_t$  نیز شبیه  $SupplySCL_t$  یک ضریب برای بی‌بعد کردن مولفه کمبود در تابع هدف است. البته کمبودها مربوط به نیازهای شرب، صنعت، کشاورزی و زیست‌محیطی می‌شود. تابع هدف شامل دو قسمت اصلی، هزینه کمبودها و هزینه تامین آب است. البته این قسمتها تعداد متغیرهای تصمیم تکرار می‌شوند. ضریب مقیاس که در مخرج کسرها آورده شده است، برای بی‌بعد کردن مقدار متغیرهای درون تابع هدف است. البته در نهایت نیز از جمع تابع هدف اجزا، تابع هدف سیستم کلی بدست می‌آید.

که در آن *Interaction* بیانگر بخشی از ماتریس ضرایب کلی، متغیرها و سمت راست سیستم است که مربوط به متغیرهای اندرکنش بین اجزا می‌شود. زیرنویس *Elements* نیز اشاره به بخشی از ماتریس ضرایب کلی، متغیرها و سمت راست سیستم است که در اندرکنش با اجزای دیگر نیستند.

نرم‌افزار FEWREM بر اساس الگوریتم نشان داده شده در شکل ۳، مساله را به صورت بالا در آورده و حل می‌کند. جزء پایه معرفی شده از یک ساختار شبکه‌ای (شبکه جریان) برای مدل‌سازی فرایندهای درون جزء استفاده می‌کند. هر بخش از حوضه آبریز با یک جزء بر اساس نیاز تحلیلگر و دقت مطلوب او مدل می‌گردد. سپس این اجزا با یکدیگر سرهم‌بندی می‌شوند. نهایتاً مدل ریاضی که در قالب ماتریس بیان شده است، حل می‌شود. نرم‌افزار برای جزءبندی سیستم و حل آن، از نرم‌افزار GAMS بعنوان حل‌کننده استفاده می‌کند. بخش ورودی اطلاعات توسط برنامه صفحات گسترده (Excel)، اطلاعات اجزا را دریافت کرده و فایل‌های ورودی برای مدل را آماده می‌کند. در این مدل تصمیم‌گیری برای مقدار تخصیص از منابع مختلف به مصارف با توجه به ارجحیت تامین نیاز و منبع تامین آن با هدف حداقل‌سازی نیازهای تامین نشده صورت می‌پذیرد. تخصیص از منابع سطحی به مصارف شرب، صنعت، کشاورزی و نیازهای زیست محیطی و تخصیص از منابع آب زیرزمینی به مصارف مختلف متغیرهای تصمیم این مدل را تشکیل می‌دهند. البته این متغیرها، متغیرهای اصلی تصمیم می‌باشند. تابع هدف این مدل، حاصل جمع هزینه نیازهای مرتفع نشده بعلاوه هزینه تامین نیاز از منابع مختلف می‌باشد. هر کدام از مولفه‌های تابع هدف با یک ضریب مقیاس در



شکل ۳- الگوریتم مدل‌سازی و حل در نرم‌افزار FEWREM



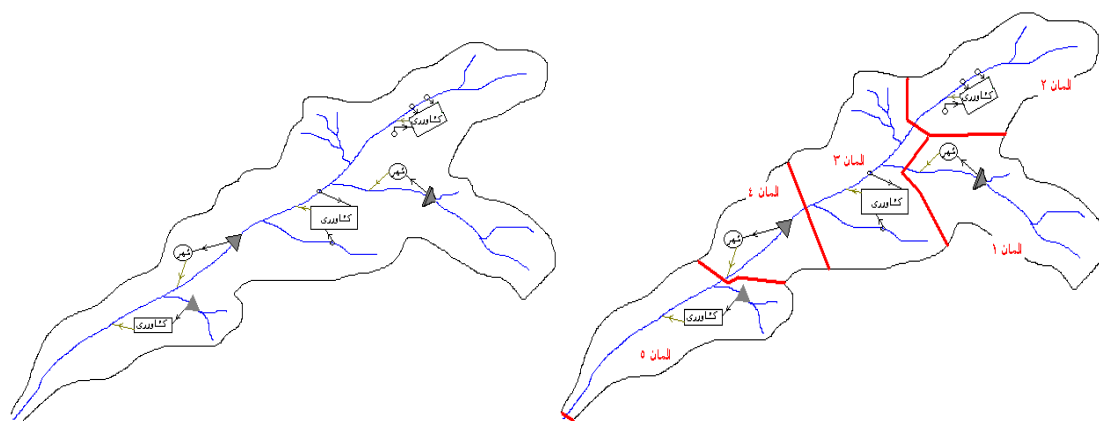
شکل ۴- یک جزء پایه برای مدل‌سازی سیستم‌های منابع آب به همراه فرایندهای درون آن

جزء پایه است، توانایی مدل‌سازی سیستمی شامل مخزن و رابطه با نواحی دیگر، آب سطحی ذخیره نشده و نیز امکان ارتباط با نواحی دیگر، آب زیرزمینی و نیازهای شرب، صنعت، کشاورزی و زیست‌محیطی که قابل تامین از هر یک از منابع هستند، را دارد. از سوی دیگر در شکل ۵ حوضه آبریزی نشان داده می‌شود که شامل یک سیستم کشاورزی در بالا دست است که از آب سطحی و زیرزمینی نیازهای آن تامین می‌شود. در پایین دست، یک سد وجود دارد که آب شرب پایین دست خود را تامین می‌کند. البته سد روی سرشاخه قرار دارد. قسمت بعدی حوضه باز هم یک سیستم کشاورزی است. این سیستم از آب سطحی تامین نیاز می‌کند و البته تحت تاثیر رهاسازی بالادست خود نیز قرار دارد. در پایین دست این سیستم یک شهر قرار دارد که آب مورد نیاز آن از سد نزدیک شهر تامین می‌شود.

بدین ترتیب مدل FEWREM و اصول حاکم بر آن تشریح شد. برای نشان دادن قابلیت‌های این نگرش و مدلی که مبتنی بر آن ساخته شد، یک مساله فرضی توسط این نرم‌افزار و نیز نرم‌افزار MODSIM برای مقایسه نتایج حل شده است. در قسمت بعدی نتایج این بررسی‌ها ارائه می‌گردد.

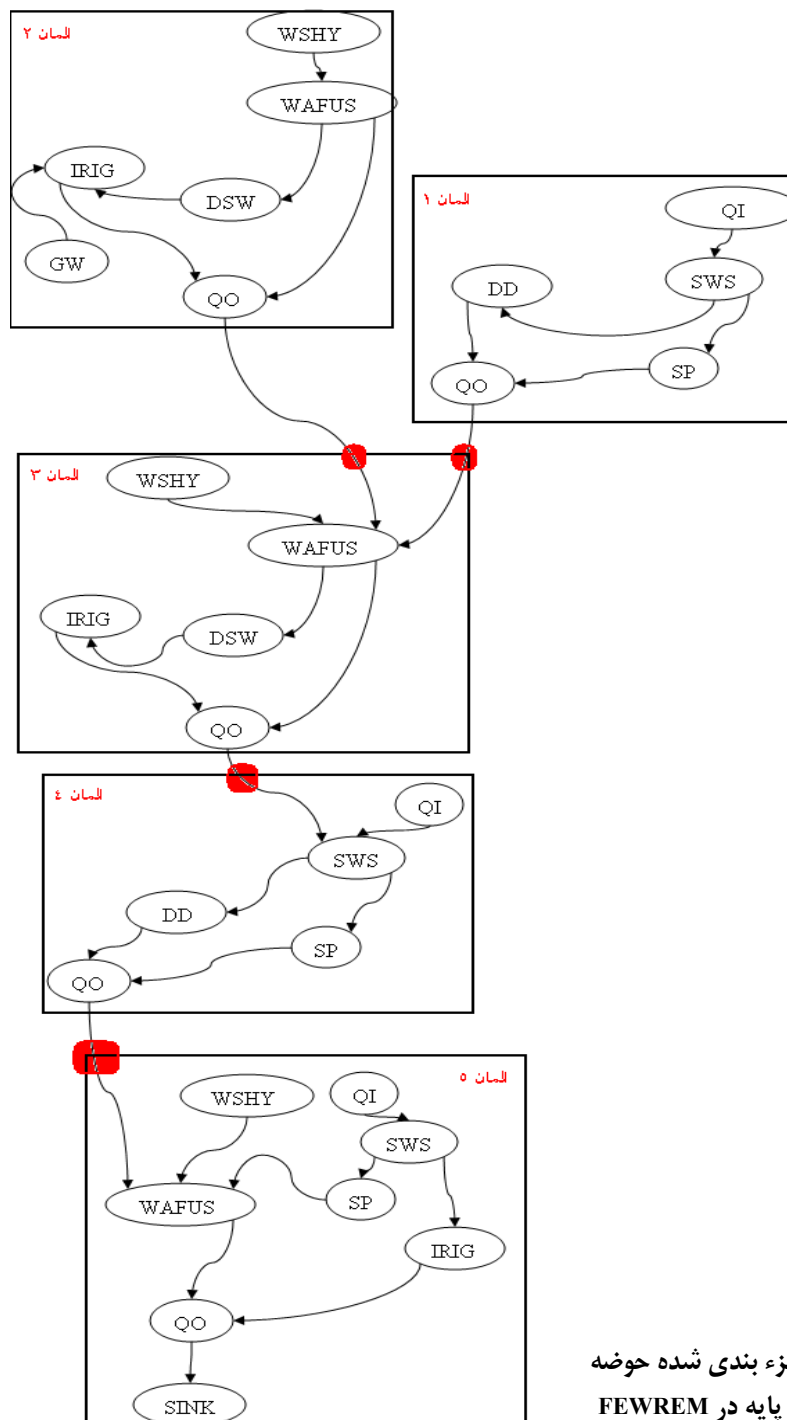
#### ۴- مطالعه موردی

برای نشان دادن قابلیت نرم‌افزار FEWREM یک مساله فرضی شامل حوضه آبریزی با سه مخزن، سه پروژه کشاورزی و دو شهر مدل شده و عملکرد بهینه این سیستم تعیین گردید. برای مقایسه، همین مساله با نرم‌افزار MODSIM نیز حل شده و نهایتاً نتایج هر دو مدل مقایسه شده‌اند. شکل‌های مربوط به این سیستم که مراحل مدل‌سازی و توضیح در مورد شکلها را به صورت تصویری نشان می‌دهد در شکل‌های ۵ و ۶ می‌توان دید. در شکل ۴ که نشان دهنده



شکل‌های ۵ - یک حوضه آبریز در شکل واقعی آن و شکل جزء بندی شده آن (هنوز در قالب جزء پایه در نیامده است)





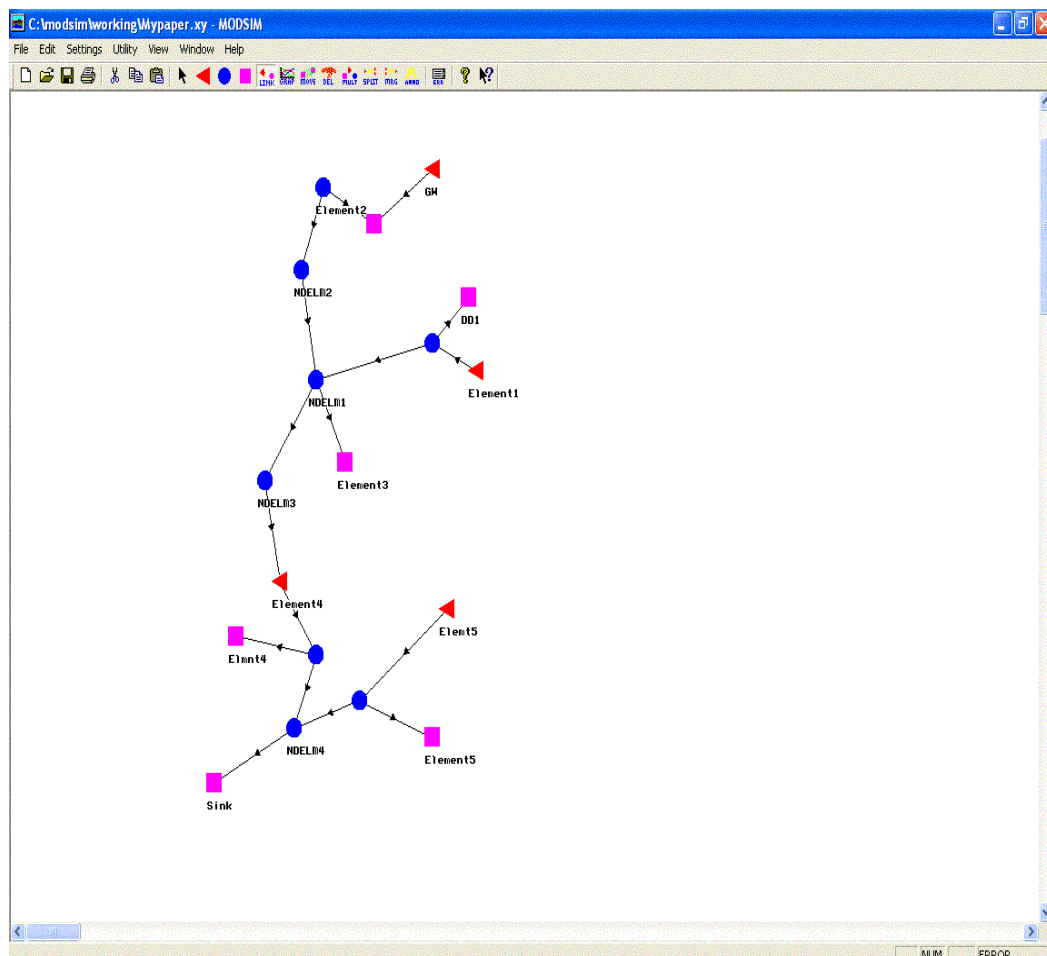
شکل ۶ - شکل جزء بندی شده حوضه آبریز در قالب جزء پایه در FEWREM

مدل سیستم آبی بکار رفته در نرم افزار MODSIM نیز در شکل ۷ نشان داده شده است. اطلاعات مربوط به این مساله در جداول ۱ تا ۶ آورده شده است. مدل FEWREM این سیستم را برای ۳۰ سال به صورت ماهانه حل و بهینه کرده است (بهینه‌یابی چند دوره‌ای). میانگین عملکرد مدل برای ۱۲ ماه سال در شکل‌های ۸ الی ۱۴، آورده شده است. با توجه به شکل‌های ۸ تا ۱۰ مشخص است که عملکرد مدل FEWREM کمبود در تامین نیازهای کشاورزی در حوضه را

در پایین دست و تقریباً انتهای حوضه نیز یک سیستم کشاورزی قرار دارد که آب آن از سدی که روی سرشاخه سمت راست آن وجود دارد تامین می شود. اندرکنش آبی بین مخزن سد این سیستم و بالادست وجود ندارد. اگر توجه کنید سیستم تشریح شده شامل ۵ قسمت عمده آبی می باشد که هر جزء پایه قابلیت انطباق با هریک از بخشهای آن سیستم آبی را دارد. این امکان بسادگی توسط مدل FEWREM توسط ضرایبی اعمال می شود که جزو داده‌های ورودی مدل است.

تفاوت دو مدل در تک دوره‌ای و چند دوره‌ای بودن آنهاست. مدل MODSIM چون تک دوره‌ای است، بیش از یک ماه را در برنامه‌ریزی نمی‌بیند و با توجه به این یک ماه، بدون توجه به تاثیر بلند مدت تصمیمها و مقادیر منابع و نیازها در آینده برنامه‌ریزی می‌کند. بنابراین محافظه‌کارانه‌تر کار کرده و آب را در مخازن نگه می‌دارد، تا در آینده به مشکلات احتمالی برخورد. اما مدل FEWREM تمام ۳۰ سال را در برنامه‌ریزی در نظر گرفته، بنابراین با اطلاع از آینده و منابع آب، مخازن را مورد استفاده قرار داده و نیازها را تامین می‌کند. بنابراین در عملکرد این مدل مخازن بجز در فصول خشک پر نگه داشته نمی‌شوند. اما در عملکرد مدل MODSIM مخازن تقریباً در تمام ماهها پر یا نزدیک پر هستند. بررسی عرضه و تقاضا با توجه به منابع آب موجود نشان می‌دهد که موثر بودن عملکرد مدل FEWREM بیشتر از عملکرد مدل MODSIM است. البته ساختار موجود در این حوضه آبریز، با توجه به نتایج حاصل از دو مدل، بگونه‌ای نیست که بخوبی از منابع برای تامین نیازها استفاده کند.

نشان می‌دهد. البته نیاز شهری کاملاً تامین شده است. توزیع کمبودها در مناطق (اجزای) مختلف در شکل‌های ۱۳ و ۱۴ نشان داده شده است. عملکرد مدل FEWREM در مناطق ۱، ۴ و ۵ بهتر از عملکرد مدل MODSIM است. در منطقه ۲ عملکرد نسبی مدل MODSIM نسبت به مدل FEWREM بهتر بوده است. در منطقه ۳ هر دو مدل تقریباً یکسان کار کرده‌اند. آنچه در این قسمت اهمیت دارد مقایسه عملکرد مدل FEWREM با مدل MODSIM در این حوضه است. با توجه به شکل ۱۳، MODSIM در عملکرد خود کمبود بیشتری در تامین نیازها نسبت به مدل FEWREM داشته است (۴۷۰ میلیون متر مکعب کمبود بیشتر). علاوه بر این، عملکرد MODSIM منجر به حفظ آب در مخازن شده در حالی که ۱۵۷۴ میلیون متر مکعب کمبود در تامین نیازها داشته است. مقدار کمبود در تامین نیازها برای مدل FEWREM، ۱۱۰۴ میلیون متر مکعب بوده است. البته FEWREM آب را در مخازن نگه نداشته و به همین علت خروجی از حوضه برای عملکرد مدل FEWREM، خیلی بیشتر از خروجی برای عملکرد مدل MODSIM است. علت این اختلاف،



شکل ۷ - مدل گره-کانال سیستم حوضه در نرم‌افزار MODSIM

جدول ۴ - توزیع ماهانه آبدهی سطحی در هر جزء برای مدل‌های MODSIM و FEWREM بر حسب میلیون متر مکعب

شماره جزء	۱	۲	۳	۴	۵
مهر	۰/۳۱	۱۱/۷۳	۳/۹۱	۰/۳۱	۴۳
آبان	۱/۴۵	۵۴/۴۷	۱۸/۱۶	۱/۴۵	۱۹۹/۷۱
آذر	۲/۵۶	۹۵/۸۴	۳۱/۹۵	۲/۵۶	۳۵۱/۴
دی	۲/۴۱	۹۰/۲۶	۳۰/۰۹	۲/۴۱	۳۳۰/۹۴
بهمن	۲/۷۵	۱۰۲/۹۴	۳۴/۳۱	۲/۷۵	۳۷۷/۴۴
اسفند	۴/۹۹	۱۸۷	۶۲/۳۳	۴/۹۹	۶۸۵/۶۸
فروردین	۵/۴۲	۲۰۳/۱	۶۷/۷	۵/۴۲	۷۴۴/۷
اردیبهشت	۳/۹۹	۱۴۹/۷۶	۴۹/۹۲	۳/۹۹	۵۴۹/۱۳
خرداد	۱/۲	۴۵/۱	۱۵/۰۳	۱/۲	۱۶۵/۳۸
تیر	۰/۴۴	۱۶/۴۶	۵/۴۹	۰/۴۴	۶۰/۳۴
مرداد	۰/۳۳	۱۲/۳	۴/۱	۰/۳۳	۴۵/۱۱
شهریور	۰/۲۸	۱۰/۳۴	۳/۴۵	۰/۲۸	۳۷/۹

جدول ۵ - ضرایب آب بازگشتی بکار رفته در حل مساله نمونه برای مدل‌های MODSIM و FEWREM

ضریب آب بازگشتی از مصرف کشاورزی	۰/۲۵
ضریب آب بازگشتی از مصرف شرب و صنعت	۰/۵

جدول ۶ - هزینه کمبودها و تامین نیازها (ریال بر متر مکعب) برای مدل‌های MODSIM و FEWREM

هزینه کمبود در تامین نیاز کشاورزی	۱۴۰
هزینه کمبود در تامین نیاز شهری	۱۵۰
هزینه کمبود در تامین نیاز زیست محیطی	۹۰
هزینه تامین نیاز مخزن سد	۱۰
هزینه تامین نیاز از آب سطحی	۲
هزینه تامین نیاز از آب زیرزمینی	۵

جدول ۱ - مشخصات مخزن در هر جزء برای مدل‌های MODSIM و FEWREM

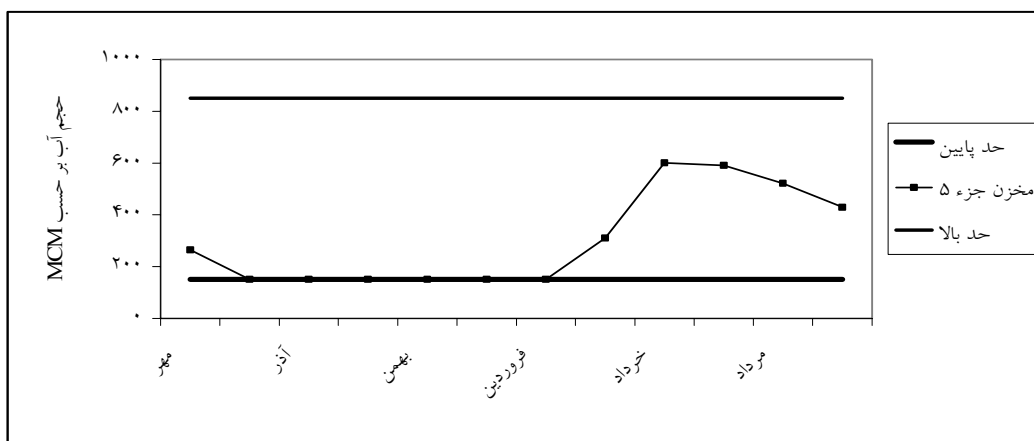
شماره جزئی که مخزن در آن قرار دارد	حجم حداقل بهره برداری به میلیون متر مکعب	حجم مخزن به میلیون متر مکعب
۱	۳	۲۵
۴	۳	۲۵
۵	۱۵۰	۸۵۰

جدول ۲ - نیاز سالانه شرب و کشاورزی در اجزا برای مدل‌های MODSIM و FEWREM

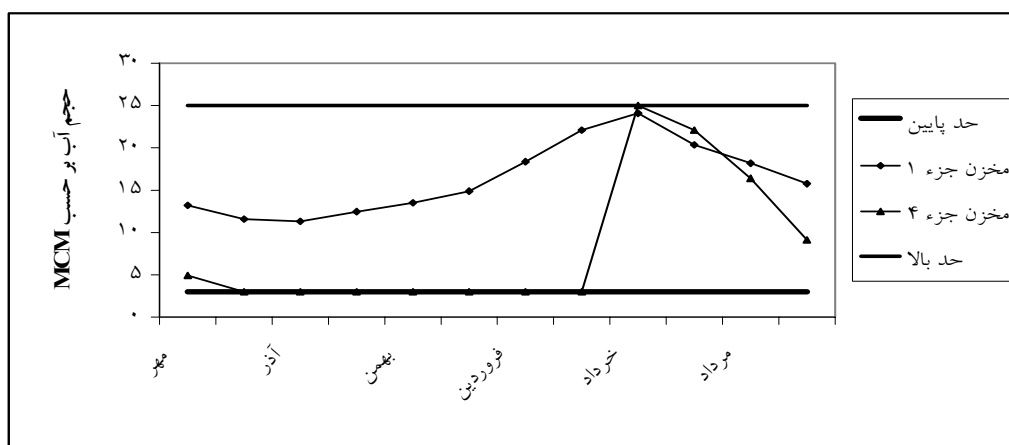
شماره جزء	نیاز سالانه شرب به میلیون متر مکعب	نیاز سالانه کشاورزی به میلیون متر مکعب
۱	۲۲/۹۹۸	۰
۲	۰	۱۶۱۱/۳۷
۳	۰	۴۰۴
۴	۲۲/۹۹۸	۰
۵	۰	۱۶۴۲/۶۶

جدول ۳ - توزیع ماهانه نیاز در هر جزء برای مدل‌های MODSIM و FEWREM بر حسب میلیون متر مکعب

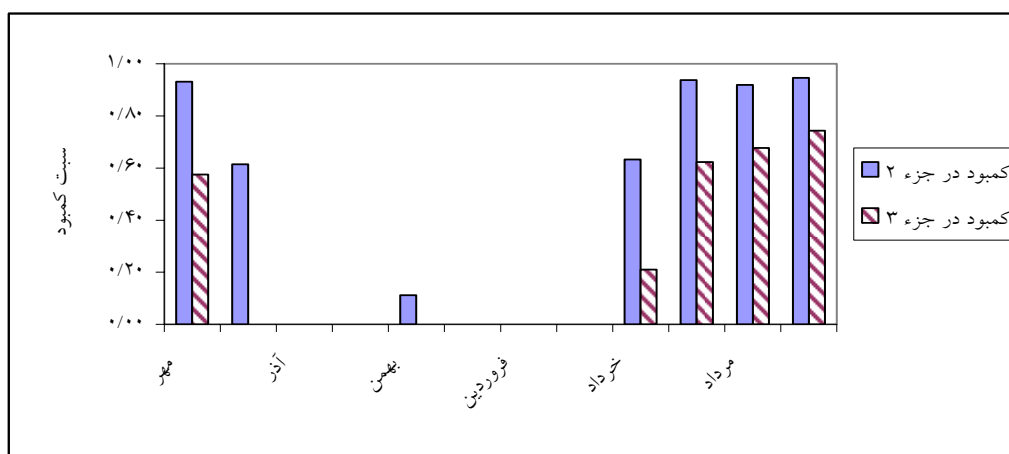
شماره جزء	۱	۲	۳	۴	۵
مهر	۱/۹۰۹	۱۷۳/۵	۴۱/۹	۱/۹۰۹	۱۵۸/۳۲
آبان	۱/۷۱	۱۴۱/۱۲	۲۱/۹	۱/۷۱	۱۱۶/۱۷
آذر	۱/۴۱۱	۷۴	۶/۲	۱/۴۱۱	۲۹/۴۵
دی	۱/۳۷	۷۸/۰۵	۵/۸	۱/۳۷	۵۸/۴۵
بهمن	۱/۳۷۱	۱۱۵/۸۲	۱۱	۱/۳۷۱	۹۶/۶۷
اسفند	۱/۵۱۲	۱۵۵/۹	۲۴/۵	۱/۵۱۲	۱۵۳/۰۲
فروردین	۱/۶۹۸	۱۶۸/۷۶	۳۷/۵	۱/۶۹۸	۲۱۸/۰۷
اردیبهشت	۱/۹۹۱	۱۳۸/۳۹	۳۶/۳	۱/۹۹۱	۲۰۸/۹
خرداد	۲/۳۳۴	۱۱۸/۹۹	۴۰/۲	۲/۳۳۴	۱۶۰/۸۴
تیر	۲/۵۹۸	۱۱۴/۱۷	۵۲/۵	۲/۵۹۸	۱۲۳/۸۶
مرداد	۲/۷۴۵	۱۴۸/۴۲	۵۷/۵	۲/۷۴۵	۱۳۲/۵
شهریور	۲/۳۴۹	۱۸۴/۲۵	۶۸/۷	۲/۳۴۹	۱۸۶/۴۱



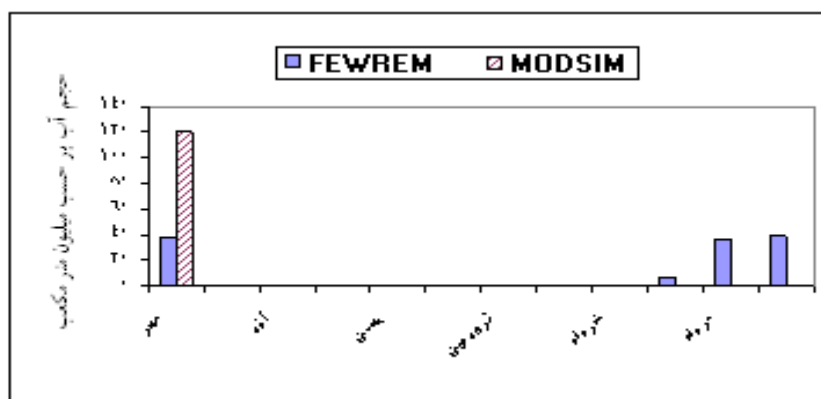
شکل ۸- عملکرد مخزن در جزء شماره ۵ برای تامین نیاز کشاورزی (متوسط ۳۰ ساله) در مدل FEWREM



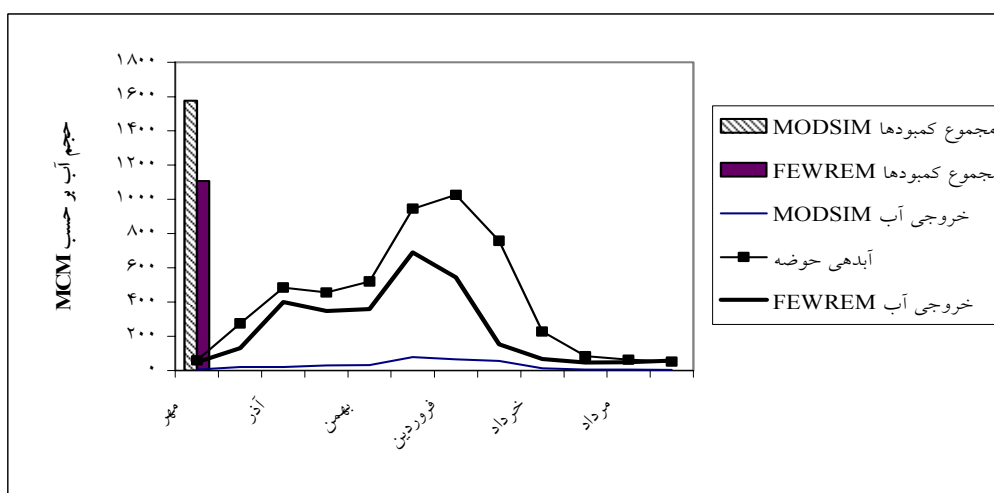
شکل ۹- عملکرد مخازن در اجزای ۱ و ۴ برای تامین نیاز شرب (متوسط ۳۰ ساله) در مدل FEWREM



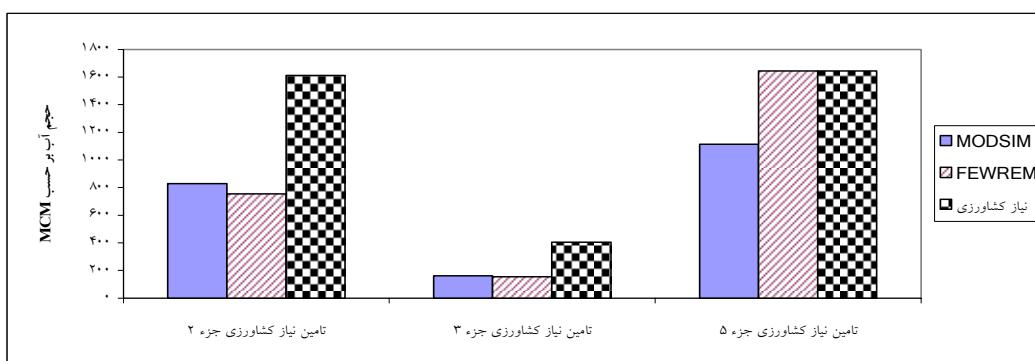
شکل ۱۰- کمبود آب مورد نیاز کشاورزی در اجزای ۲ و ۳ (متوسط ۳۰ ساله) در مدل FEWREM



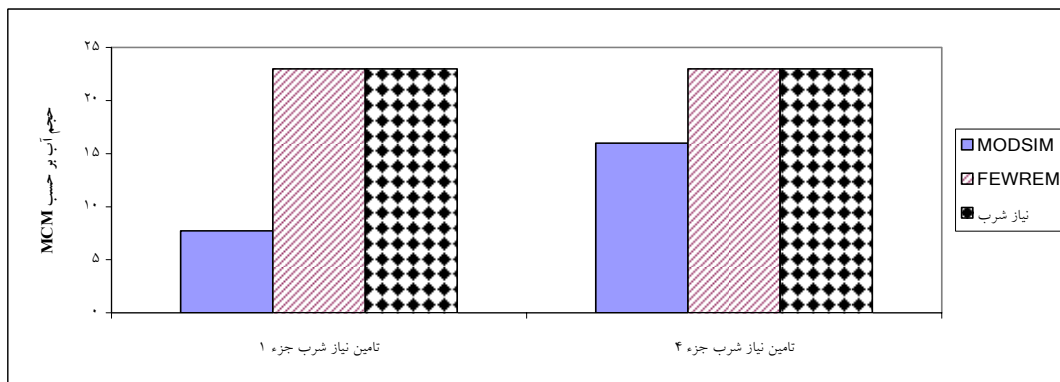
شکل ۱۱ - مقایسه بهره‌برداری از آب زیرزمینی در جزء ۲ برای کشاورزی (متوسط ۳۰ ساله) در مدل‌های FEWREM و MODSIM



شکل ۱۲ - مقایسه تاثیر تنظیمی توسعه در حوضه در قالب آب سطحی موجود برای استفاده و آب خروجی از حوضه (متوسط ۳۰ ساله)



شکل ۱۳ - مقایسه تامین نیازهای کشاورزی برای دو مدل FEWREM و MODSIM



شکل ۱۴ - مقایسه تامین نیازهای شرب برای دو مدل MODSIM و FEWREM

## ۵- نتیجه گیری

در این تحقیق با ترکیب نگرش‌های اجزای محدود و نگرش سیستمی، چارچوبی مناسب برای مدل‌سازی سیستم‌های بزرگ بنحوی که بتوان از الگوریتم‌های تجزیه-همانگی و یا تجمیع-تکسیر، برای بهینه‌یابی بهره‌برداری از سیستم‌های آبی و شبیه‌سازی آنها استفاده کرد، ارائه گردید. بر مبنای این چارچوب مدلی به نام FEWREM تهیه شد که بهینه‌یابی چند دوره‌ای سیستم آبی را انجام می‌دهد. عملکرد این نرم‌افزار با مدل MODSIM در قالب یک مساله نمونه مقایسه شد. عملکرد مدل FEWREM در مقایسه با مدل MODSIM بعلاوه تفاوت نگرش‌های بکار رفته در این دو مدل از حیث برنامه‌ریزی بهتر بوده است. معیار مقایسه عملکردهای دو مدل، نحوه استفاده از منابع و ابزار موجود برای تامین نیازها بوده است.

## پی‌نوشت‌ها

- 1- Finite Elements Water Resources Management Model
- 2- Quadratic Programming
- 3- Out of Kilter Algorithm
- 4- Benders Decomposition Algorithm
- 5- Pacific Gas & Electric Company
- 6- Prescriptive
- 7- Direct Solution
- 8- Decomposition-Coordination Approach
- 9- Aggregation-Disaggregation Approach
- 10- Assembling

تاریخ دریافت مقاله: ۲۰ اردیبهشت ۱۳۸۵

تاریخ اصلاح مقاله: ۲۵ تیر ۱۳۸۵

تاریخ پذیرش مقاله: ۲۵ شهریور ۱۳۸۵

## ۶- مراجع

- ACRES, (2004), *ACRES Reservoir Simulation Package User's Manual*, ACRES Co. Ltd., Canada.
- Close A., Haneman W.M., Labadie J.W., Loucks D.P., Lund J.R., MacKinney D.C., and Stedinger J.R., (2003), *A Strategic Review of CALSIM II and its Use for Water Planning, Management, and Operations in Central California*, California bay Delta Authority Science Program Association of Bay Governments, Oakland, California.
- Delft Hydraulics, (2002), *River Basin Planning and Management*, Rotterdamseweg 185, The Netherlands, <http://www.wldelft.nl>.
- DHI, (2003), *MIKE BASIN 2003*, DHI Water & Environment, DK-2970 Horsholm, Denmark, <http://www.dhisoftware.com/mikebasin/>.
- Jacob, J., Loucks D.P., Stedinger J.R., (1995), SOCRATES, A System for Scheduling hydroelectric generation under uncertainty, *Annals of Operations Research*, Vol. 59.
- Labadie J.W. and Baldo M.L. and Larson R., (2000), *MODSIM: Decision Support System for River Basin Management Documentation and User Manual*, Department of Civil Engineering, Colorado State University, U.S Department of the Interior, Bureau of Reclamation, Pacific Northwest Region.
- McKinney D.C., Cai X., Rosegrant M.W., Ringler C. and Scott C.A., (1999), *Modeling Water Resources Management at the Basin Level: Review and Future Directions*, International Water Management Institute.
- Stockholm Environment Institute, (2005), *WEAP21: Water Evaluation and Planning System*, 11 Arlington Street, Boston, MA 02116, USA, <http://www.weap21.org>.